Beiträge zur Kenntnis der drehenden Hysteresis

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Hohen Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

Friedrich Trappe
aus Bremen

Göttingen 1925
Druck der Göttinger Handelsdruckerei

Referent: Prof. Dr. M. Reich.
Tag der mündlichen Prüfung: 12. XI. 1924.

Inhaltsverzeichnis.

Anhang.

I. Einleitung.

§ 1. Die Verluste, die durch den Vorgang der Ummagnetisierung in ferromagnetischen Substanzen entstehen, lassen sich prinzipiell als durch wechselnde oder drehende Hysteresis erzeugte unterscheiden. Dabei verstehen wir unter wechselnder Magnetisierung den gewöhnlichen Fall, bei dem also Feld und Induktion in eine Richtung fallen, und im Verlaufe einer Periode nur ihre Amplitude ändern. Anders bei drehender Ummagnetisierung. Hier bleibt der Induktionsvektor dem Betrage nach konstant, rotiert aber mit konstanter Geschwindigkeit. Dieser Fall ist stets an dünnen Kreiszylinderscheiben untersucht worden, die als abgeplattete Ellipsoide betrachtet wurden und relativ zu einem gleichbleibenden äußeren Felde rotierten. Messungen des Verlustes durch drehende Ummagnetisierung sind dabei nach drei verschiedenen Methoden unternommen worden:

Die Theorie der ersten beruht auf der Tatsache, daß auf eine Scheibe, die sich in einem rotierenden magnetischen Felde befindet, ein Drehmoment ausgeübt wird. Dieser Effekt wurde schon 1888 von Ferraris entdeckt und auf die an der Scheibe geleistete Hysteresisarbeit zurückgeführt. Es bleiben die freien Pole der Eisenscheibe um einen gewissen Winkel, den Hysteresisablenkungswinkel, hinter den Polen des rotierenden Elektromagneten zurück, so wird also ein Drehmoment ausgeübt, das mit einer kleinen, an der Scheibe befestigten Spiralfeder gemessen werden kann. Das Drehmoment ist proportional der Energie, die in einer vollständigen Periode der drehenden Ummagnetisierung vergeudet wird.

Die zweite Methode, die von Herrmann angewandt ist, mißt die in der rotierenden Scheibe nach einer bestimmten Zahl von Umdrehungen auftretende Temperaturerhöhung mit einem Thermoelement und schließt aus dieser auf den Hysteresisverlust.

An dritter Stelle ist die von Gans und Loyarte angegebene galvanometrische Methode der Verlustmessung zu nennen. Da sie auch in der vorliegenden Arbeit benutzt wird, so sei sie erst weiter unten eingehender beschrieben.

Nun ergaben Messungen des Verlustes durch w e ch s e l n d e Ummagnetisierung als Funktion der Induktion stets ein exponentielles Ansteigen des Verlustes mit zunehmender Induktion.

Messungen des Verlustes durch drehende Hysteresis nach der ersten und dritten Methode ergaben, daß der Verlust als Funktion der Induktion bei mittelgroßen Werten der letzteren (B = 12 – 17000 c.g.s.) ein Maximum erreicht und bei Sättigung wieder sehr stark abnimmt.

Messungen nach der zweiten Methode ergaben wesentlich dasselbe Bild, wie bei wechselnder Hysteresis, d. h. ein ständiges Ansteigen des Verlustes mit der Induktion.

Eine ausführliche Literaturzusammenstellung und Besprechung der Resultate gibt Auerbach. (1)* Es sind noch nachzutragen die seitdem erschienenen Arbeiten. (Vergl. § 11 im Schlußteil.)

Die vorliegende Arbeit knüpft an die von Gans und Loyarte an. Es wird die dort angegebene galvanometrische Methode der Verlustmessung für drehende Hysteresis im Frequenzbereiche von 0,0008 bis 5 per/sec auf ihre Brauchbarkeit untersucht und insbesondere genau das Einsetzen des Einflusses der Wirbelströme verfolgt. Weiterhin wird der Winkel zwischen wahrem Feld und Induktion für 3 Eisenkohlenstoff-Legierungen in Abhängigkeit von der Induktion untersucht. Da die Frage beantwortet worden soll, ob der Verlauf dieses Winkels als Funktion der Induktion eine für die Kennzeichnung des Materials geeignete Größe ist, so werden diese 3 Eisenproben in zwei durch die Temperung unterschiedenen Zuständen, als magnetisch weiches und hartes Material untersucht.

II. Messungen der drehenden Ummagnetisierung.

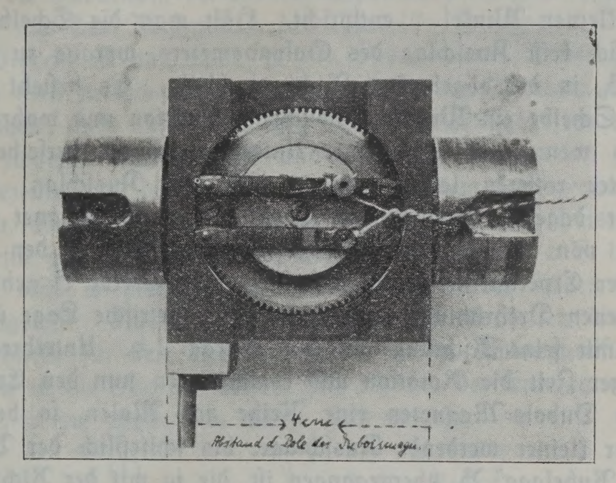
A. Allgemeines.

§ 2. Da die nachfolgenden Darlegungen von der jetzt zu referierenden Arbeit von Gans und Loyarte (2) ihren Ausgang nehmen und im wesentlichen dieselbe Versuchsanordnung benutzt wird, so sei diese Arbeit hier ausführlicher beschrieben. Insbesondere sollen im Interesse des Zusammenhanges der Darstellung auch die Beobachtungstatsachen eingehend geschildert werden, obwohl sie sich zum Teil schon l. c. angeführt finden.

Im Felde eines Dubois-Halbringelektromagneten befindet sich eine Scheibe aus ferromagnetischem Material, deren Durchmesser rund 20 mm und deren Dicke rund 3, 2 oder 1 mm beträgt. Die Scheibe ist umgeben von 2 Prüfrähmchen, deren Windungen zu einem Galvanometer geführt sind.

* Die in Klammern befindlichen Zahlen beziehen sich auf die Literaturzusammenstellung am Schluß der Arbeit.

Die in der Mitte durchbohrte Scheibe ist mit einer kleinen Messingschraube auf einem Teller befestigt, der zentrisch auf einer in einem Messingstück gelagerten Achse (Messing) sitzt. Das Messingstück ist in



Figur 1. Photographie der Apparatur.

den, für optische Versuche vorgesehenen, Polbohrungen des Dubois-Magneten befestigt, die zu diesem Zweck mit weichem Eisen ausgefüllt sind. Die Anordnung ist so getroffen, daß die Scheibe sich mit möglichst geringem Zwischenraum unter den ruhenden Prüfrähmchen drehen kann. Unterhalb der Messingbrücke ist an der Achse ein Rad mit Nut angebracht, in dem ein Bindfaden läuft, der zu der Stufenscheibe eines Motorantriebes führt. Die Schaltung des Motors ist so getroffen, daß er durch Betätigung eines kleinen Umschalters fast momentan seine Drehrichtung ändern kann.

In der schematischen Darstellung Fig. 2 ist $\mathfrak{H}_0$ der Vektor des äußeren Feldes, dem die Induktion $\mathfrak{B}_0$ zugeordnet ist. Für die ruhende Scheibe haben beide Vektoren dieselbe Richtung.

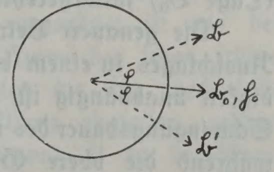


Fig. 2. Schematische Darstellung des Experimentes.

Wir wollen nun einmal annehmen, daß nach Einschalten des Stromes des Dubois-Magneten sich ein bestimmter Vektor $\mathfrak{B}_0$ ausgebildet hat, und daß noch keinerlei Drehungen mit der Scheibe vorgenommen sind. Es werden nun die beiden Prüfrähmchen mittels einer feinen Mikrometerschraube exakt parallel den Kraftlinien gestellt, sodaß bei einer Kommutation des magnetisierenden Stromes und mithin auch von $\mathfrak{B}_0$ kein Ausschlag des Galvanometers erfolgt. Drehen wir nun die Scheibe mittels

des Motorantriebes bei geringer, aber konstanter Geschwindigkeit, so beobachten wir bei Beginn der Rotation einen Ausschlag, der, wie wir später feststellen werden, einer Mitdrehung des Vektors B_0 um einen gewissen kleinen Winkel φ entspricht. Hält man die Scheibe an, so ereignet sich kein Ausschlag des Galvanometers, woraus zu schließen ist, das B_0 in der abgelenkten Richtung bleibt. Es besteht also bei ruhender Scheibe ein Winkel φ zwischen Induktion und wahrem Feld.

Auch wenn wir nach einer Unterbrechung in derselben Richtung weiter rotieren lassen, ereignet sich kein Ausschlag. Kommutieren wir dagegen plötzlich die Drehrichtung, so ereignet sich ein Ausschlag von der doppelten Größe des Ausschlages, den wir bei Beginn der Experimente gemessen haben. Der Vektor B geht also in die der neuen Drehrichtung entsprechende symmetrische Lage über und ändert damit seine Richtung um den Betrag 2φ. Unterbrechen wir nach einiger Zeit die Rotation und kommutieren nun den Erregungsstrom des Dubois-Magneten eine Reihe von Malen, so beobachten wir immer kleiner werdende Ausschläge, bis schließlich der Vektor B in seine „Ruhelage" B_0 übergegangen ist, die ja mit der Richtung des äußeren Feldes zusammenfällt. Wir können nun die weiter oben beschriebenen Versuche wiederholen und werden dieselben Ausschläge messen.

Es wurde auch das folgende Experiment unternommen: Die Scheibe wurde aus der Ruhelage mit konstanter Geschwindigkeit gedreht. Der Vektor B_0 ging dann in die abgelenkte Lage B über. Dann wurde die Scheibe angehalten und erst nach 10, 20, 30, 40, oder gar 50 Minuten in derselben Richtung weitergedreht. Da sich hierbei keinerlei Ausschlag des Galvanometers ergab, so ist zu schließen, daß der Vektor B der vorher gedrehten und dann stillstehenden Scheibe selbst nach 10—50 Minuten nicht in die Richtung des äußeren Feldes (Lage B_0) zurückgekehrt ist.

Die genauere Betrachtung wird später zeigen, daß die Größe des Ausschlages in einem bestimmten Frequenzgebiet von der Drehgeschwindigkeit unabhängig ist; die untere Grenze dieses Gebietes ist durch die Schwingungsdauer des verwandten ballistischen Galvanometers bestimmt, während die obere Grenze durch das Einsetzen des Einflusses der Wirbelströme charakterisiert wird, also von der Größe der Induktion abhängt.

Ist N die Windungsfläche, $\overline{q}$ der Querschnitt der beiden Prüfrähmchen, so ist der Induktionsfluß durch die Rahmen bei Drehung $B \sin\varphi\, N \overline{q}$; unter der Annahme, daß der Vektor B stets eine Größe

beibehält, wovon später noch zu sprechen sein wird. Diesem Fluß ist der Ausschlag des Galvanometers proportional. Kennt man aus einer Eichung die Induktion, bei der die Experimente vorgenommen sind, so läßt sich aus den Meßgrößen der Winkel φ berechnen. Die Größe dieses Winkels ist nun schon in den Arbeiten von Martens (9) und Vallauri (10) betrachtet worden, doch ist es das Verdienst von Gans und Loyarte, auch auf die übrigen Winkelbeziehungen, vor allem den Winkel zwischen wahrem Feld und Induktion hingewiesen zu haben, Winkelbeziehungen, die auftreten, wenn in einem homogenen Magnetfelde ein abgeplattetes Rotationsellipsoid oder eine kreiszylindrische Eisenscheibe gedreht wird. Der Gang der Rechnung (l. c. S. 141—143) soll hier nicht wiederholt werden, es seien nur die beiden Endergebnisse mitgeteilt. Aus der Maxwell'schen Theorie leiten die Autoren zwei Formeln für den Verlust durch drehende Ummagnetisierung ab, bei denen in die erste das äußere Feld H_0 und der Entmagnetisierungsfaktor P, in die zweite das wahre Feld eingeht.

$$(1) \qquad q = \frac{H_0 \cdot B \sin \varphi}{2\,(1 - P/4\,\pi)}$$

$$(2) \qquad q = \frac{H \cdot B \sin \psi}{2}$$

Dabei ist:

q = Verlust pro Periode pro ccm	B = Induktion
H_0 = äußeres Feld	P = Entmagn. Fakt.
H = wahres Feld bei dreh. Magn.	$\psi = \sphericalangle (H, B)$
	$\varphi = \sphericalangle (H_0, B)$

Dabei sind H_0, B und φ meßbare Größen.
P kann aus den geometrischen Dimensionen der Scheibe berechnet werden.

Indem nun Gans und Loyarte das aus (1) bestimmte q in (2) einsetzen und die Annahme machen, daß das gleiche wahre Feld H bei drehender Magnetisierung der Induktion B zugeordnet ist wie bei wechselnder, und dann aus der jungfräulichen Kurve des schon früher untersuchten Materials (3) zu den B Werten die für wechselnde (= statische) Magnetisierung bestimmten H Werte abgreifen, gelingt es ihnen, in Formel (2) sin ψ als Funktion von B zu berechnen. Dieser Winkel ψ ist in Fig. 12, S. 149 l. c. dargestellt und nimmt Werte bis zu 68^0 an. Neben der obigen Annahme gleicher Permeabilität für drehende wie für wechselnde Magnetisierung setzen die Autoren weiterhin voraus, daß die aus früheren Messungen an einer Probe desselben Materials (Remy-Stahl) in langgestreckter Ellipsoidform

bestimmte HB Charakteristik auch für die hier untersuchte Materialprobe zutrifft, was durch die Angabe der Koerzitivkraft der letzteren nahegelegt wird.

§ 3. Beide Annahmen werden durch die Schwierigkeit genauer Bestimmungen der HB Charakteristik bei großem Entmagnetisierungsfaktor notwendig gemacht. An sich wäre es natürlich vorzuziehen, die Bestimmung der Permeabilitätskurve an demselben Probekörper vorzunehmen, mit dem auch die übrigen Versuche angestellt werden. Nun ist aber bei den Untersuchungen von Gans und Loÿarte kein abgeplattetes Rotationsellipsoid verwandt worden, sondern eine flache Kreisscheibe. Eine kurze Fehlerbetrachtung wird uns zeigen, welchen geringen Einfluß diese Näherung auf die Genauigkeit der Resultate hat, wir stellen sie auch aus dem Grunde an, weil bei den Messungen der vorliegenden Arbeit mit ganz ähnlichem Entmagnetisierungsfaktor gearbeitet wurde. Bekanntlich gilt für die flache Kreisscheibe kein konstanter Entmagnetisierungsfaktor, sondern eine Scherungslinie. Auch ist zu bedenken, daß sie zum Unterschied gegen das Ellipsoid nicht homogen magnetisiert wird. Wir wollen uns nun einige Punkte der Scherungslinie berechnen, indem wir die Gleichung ansetzen:

$$H = H_0 - PM \quad \text{also} \quad P = \frac{H_0 - H}{M}$$

Dabei ist zu beachten, daß hier P immer nur für eine bestimmte Induktion gilt. Die Daten entnehmen wir der Tabelle 11 am Schluß dieser Arbeit.

$$H_0 = 183 \qquad B = 2750 \qquad H = 7{,}7$$

Hieraus berechnet sich $M = \frac{B - H}{4\pi} = 218$ c.g.s.

und $P = 0{,}803$ verglichen mit dem Werte $P = 0{,}655$ (vgl. § 11) der für ein abgeplattetes Ellipsoid gleichen Dimensionsverhältnisses gelten würde. Es ist also der prozentuale Fehler von P:

$$\frac{dP}{P} \cdot 100 = \frac{0{,}148}{0{,}655} \cdot 100 = 22{,}6\,\%$$

(Für eine andere Induktion gilt zum Beispiel:

$H_0 = 564$ $B = 8650$ $H = 21{,}0$ $P_{corr} = 0{,}790$ $\frac{dP}{P} \cdot 100 = 20{,}6\,\%$)

Wir wollen nun im folgenden die Frage beantworten, welcher Fehler durch die Substitution der flachen Kreisscheibe für das Rotationsellipsoid eingeht:

a) in die Berechnung von B_y und damit des Winkels φ

b) in die Berechnung des Verlustes q

c) in die Berechnung von ψ, des Winkels zwischen wahrem Feld und Induktion bei gedrehter Scheibe.

Zu a) Wir gehen aus von der Formel zur Berechnung von By S. 147 der unter (2) zitierten Arbeit:

$$B_y = B \cdot \sin \varphi = \frac{C \cdot \varepsilon}{\bar{q}\, N \left\{ 1 - \frac{P/4\pi}{1-P/4\pi} \cdot \frac{\bar{q}'}{\bar{q}} \right\}}$$

Der wahre Wert von P ist für $B = 2750$ $\quad P_{corr.} = 0{,}803$

Damit wird $1 - \frac{P/4\pi}{1-P/4\pi} \cdot \frac{\bar{q}'}{\bar{q}} = 0{,}863$ statt 0,889 oder

$\frac{B_y}{B_{y\,corr}} = \frac{0{,}863}{0{,}889} = 0{,}971.$ Es wird also bei der Gleichsetzung Ellipsoid—Kreisscheibe By um 2,9% zu klein bestimmt. Da $\sin \varphi = \frac{B_y}{B}$, so geht derselbe Fehler direkt in die Bestimmung des Winkels φ ein.

Zu b). Mit diesem um 2,9% zu kleinen Wert gehen wir nun in die Formel zur Berechnung von q ein:

$$q = \frac{H_0 \cdot B \cdot \sin \varphi}{2\,(1-P/4\pi)} = 4075 \text{ erg (nach Tabelle 11).}$$

In diesem Wert ist nun noch der um 2,9% zu kleine By Wert enthalten. Der korrigierte Wert lautet also $4075 + 118 = 4193$ erg.

Wir ermitteln nun den Fehler von q bei einem Fehler von P:

$dq = \frac{H_0 \cdot B \cdot \sin \varphi}{8\pi\,(1-P/4\pi)^2} \cdot dP = 52$ erg. Da sich beide Fehler, wie man leicht sieht, addieren, so ist der Fehler in $q = 170 \text{ erg} = 4{,}17\%$.

Zu c). Zum Schluß betrachten wir noch den Fehler in ψ. Aus den beiden Verlustformeln ergibt sich: $\sin \psi = \frac{2q}{H \cdot B}$ Daher $d \sin \psi$

$$= \cos \psi \, d\psi = \frac{2}{H \cdot B} \cdot dq = \frac{2}{7{,}7 \cdot 2750} \cdot 170 = 0{,}016$$

$d\psi = \frac{0{,}016}{0{,}922} = 0{,}0173.$ Der Fehler in ψ ist demnach etwa 1°; der wahre Wert wäre $\psi = 23^0\,45'$ statt $22^0\,46'$.

Dieser Fehler von etwa 4% in der Bestimmung des Winkels ψ ist aber als gering anzusehen, wenn man die magnetischen Unterschiede von Proben selbst ein und desselben Stahles bedenkt.

Eine Bestimmung der Permeabilitätskurve am abgeplatteten Ellipsoid, also an demselben Körper, an dem auch die Versuche über drehende Hysteresis vorgenommen werden, hat dann Interesse, wenn man

sich von dem Gedanken leiten läßt, daß vielleicht ein Unterschied zwischen der Permeabilität bei drehender und bei wechselnder Magnetisierung vorliegen könnte, eben wegen des großen Winkels, der zwischen Induktion und wahrem Feld bei gedrehter Scheibe auftritt. Wenngleich in der vorliegenden Arbeit diese Untersuchung nicht ausgeführt wird, so sei doch die der Rechnung zugrundeliegende Figur entwickelt, da sie ein gutes Bild von der Lage der Vektoren in der Scheibe bei drehender Magnetisierung gibt. Wir gehen aus von der Entmagnetisierungsgleichung:

$$\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{H}_0}{1-P/4\pi} - \frac{P/4\pi}{1-P/4\pi}\,\mathfrak{B}$$

In dieser Vektorengleichung sind die Vektoren $\mathfrak{H}_0$ und $\mathfrak{B}$ sowie der Skalar P bekannt. Meßbar ist weiterhin durch den Ablenkungsversuch der Winkel φ zwischen $\mathfrak{H}_0$ und $\mathfrak{B}$. Mithin läßt sich diese Vektorgleichung geometrisch darstellen. (Fig. 3).

Fig. 3.

Der Winkel ψ ist dabei der Winkel zwischen der Seite $\frac{P/4\pi}{1-P/4\pi}\,\mathfrak{B}$ und der Verlängerung von $\mathfrak{H}$. Auf dieses Dreieck sei nun der Tangenssatz angewandt:

$$\frac{\dfrac{|\mathfrak{H}_0|}{1-P/4\pi} + \dfrac{P/4\pi}{1-P/4\pi}\,|\mathfrak{B}|}{\dfrac{|\mathfrak{H}_0|}{1-P/4\pi} - \dfrac{P/4\pi}{1-P/4\pi}\,|\mathfrak{B}|} = \frac{\operatorname{tg}\dfrac{180^0-\varphi}{2}}{\operatorname{tg}\dfrac{\omega-\alpha}{2}}$$

Der Winkel ψ bestimmt sich nun aus

$$\operatorname{tg}\frac{\omega-\alpha}{2} = \frac{\dfrac{|\mathfrak{H}_0|}{1-P/4\pi} - \dfrac{P/4\pi}{1-P/4\pi}\,|\mathfrak{B}|}{\dfrac{|\mathfrak{H}_0|}{1-P/4\pi} + \dfrac{P/4\pi}{1-P/4\pi}\,|\mathfrak{B}|} \cdot \operatorname{tg}\frac{180^0-\varphi}{2}$$

Aus dem Sinussatz ergibt sich bei nunmehr bekanntem ψ

$$|\mathfrak{H}| = \frac{|\mathfrak{H}_0|}{1-P/4\pi} \cdot \frac{\sin\varphi}{\sin\psi}$$

Wenn P wie bei einem abgeplatteten Rotationsellipsoid genau bekannt ist und feststeht, daß der Vektor bei der Drehung seinen absoluten Betrag nicht ändert, dann würde es sich empfehlen, nach diesem Ansatz zu verfahren. Doch zeigen die Fehlerbetrachtungen in § 9 sowie die Messungen über die Größenänderung von B, daß eine Bestimmung in dieser Form nicht mit hinreichender Genauigkeit auszuführen

ist, ganz abgesehen von der Schwierigkeit der exakten Herstellung so kleiner Ellipsoide.

Es ist daher auch in der vorliegenden Arbeit der Winkel ψ durch Messung der Verlustkurven an einer flachen Kreisscheibe und durch Einführung der Permeabilitätskurven eines langgestreckten Ellipsoides desselben Materials berechnet worden. Die letzteren wurden mit dem Magnetometer nach Simon-Madelung (4) aufgenommen. Besondere Sorgfalt wurde auf die gleichzeitige Temperung der langgestreckten Ellipsoide und der flachen Kreisscheiben verwandt, der ja auch die Aufgabe zufiel, den Einfluß der Bearbeitung bei der Herstellung der Proben zu beseitigen.

§ 4. Plan der eigenen Messungen. Die Schwankung. Übersicht über die untersuchten Proben.

Die Versuchsanordnung ist im allgemeinen dieselbe wie bei Gans und Loÿarte. Doch wurde, um den Einfluß der Frequenz auf die Resultate zu prüfen, die Anordnung getroffen, daß hier die Scheibe mit konstanter und gemessener Winkelgeschwindigkeit rotiert und aus der Rotation in die entgegengesetzte Richtung kommutiert wird, in der sie dann mit derselben Geschwindigkeit weiter rotiert. Der eigentliche Kern der Apparatur ist in Fig. 1, § 2 abgebildet. Der Abstand der freien Pole des Duboismagneten ist 4 cm, deren Fläche je 50,2 qcm.

Die beiden hintereinander geschalteten Prüfrahmen der Fig. 1 sitzen fest montiert auf der gezähnten Messingscheibe, diese wieder läßt sich durch eine Spindelführung drehen, sodaß die Rahmen exakt parallel den Kraftlinien des äußeren Feldes gestellt werden können.

Zum Schutze des Duboismagneten war zu diesem stets eine Glühlampe parallel geschaltet, mit der auch alle Eichungen vorgenommen sind. Das den magnetisierenden Strom des Duboismagneten messende Amperemeter war ein Drehspulpräzisionsinstrument von Siemens und Halske mit mehreren Meßbereichen von 0 – 1,5; 3 und 7,5 Ampere. In Serie mit dem Amperemeter lagen Ruhstratwiderstände, die eine sehr feine Einstellung des Stromes und damit des äußeren Feldes im Luftspalt erlaubten. Ein Kommutator diente dazu, die Stromrichtung im Magneten umzukehren.

Als ballistisches Galvanometer stand ein kleines Instrument von Siemens & Halske mit 75 Ω innerem Widerstand zur Verfügung, dessen bewegliches Sÿstem zur Erzielung einer großen Schwingungsdauer noch besonders beschwert wurde und das nahe dem aperiodischen Grenzwiderstand verwandt wurde. Es betrug die ungedämpfte Schwingungs-

dauer $2\ T_0 = 13{,}8$ sec. Vor, nach und während jeder Meßreihe wurde das ballistische Galvanometer mit Hilfe einer Normalspule bei gleichem Schließungswiderstand wie bei der eigentlichen Messung geeicht (vgl. z. B. Gumlich, Magn. Mess. S. 63).

Das äußere Feld zu jedem Wert des magnetisierenden Stromes wurde in der Weise gemessen, daß eine von 29 Windungen umgebene Hartgummischeibe von den Dimensionen einer mittleren Eisenscheibe an den Ort der letzteren gebracht wurde und nun durch Kommutieren des erregenden Stromes zu jeder Stromstärke stets die doppelte äußere Feldstärke gemessen wurde. Dabei wurde vor der eigentlichen Messung immer einige Male kommutiert, und die Messungen stets von hohen Stromstärken absteigend zu niedrigen vorgenommen. Eine Feldmessung wurde zu Beginn und eine am Schluß aller Beobachtungsreihen angestellt, es ergaben beide praktisch identische Werte. (Siehe Tabelle 5).

Bei den Induktionsmessungen, die für den 1. Teil der folgenden Untersuchungen als Funktion des magnetisierenden Stromes des Duboismagneten und später wie bei Gans u. Loyarte als Funktion des Ausschlages einer an einer der Polflächen angebrachten Hilfsspule vorgenommen wurden, waren die mittleren und dicken Scheiben mit je einer Windung, die dünnen mit zwei Windungen isolierten Drahtes über den größten Querschnitt umgeben. Die Resultate der Messungen sind in den Tabellen des Anhangs niedergelegt. Bei den Messungen der §§ 5 bis 8 wurde eine Eisenprobe verwandt, die zur Befestigung mit einem Bohrloch in der Mitte versehen war (siehe auch Figur 1). Der dadurch notwendigen Luftlinienkorrektion ist Rechnung getragen worden. Bei den Untersuchungen bei konstanter Frequenz (§ 10) ist, um diese Korrektion ganz zu vermeiden, an den Eisenproben ein Bohrloch überhaupt vermieden. Sie sind mit etwas Klebwachs auf dem dünnen Messingteller befestigt.

Bei den Messungen des Ablenkungswinkels wurde so verfahren, daß die Scheibe, die in einem konstanten äußeren Felde rotierte, plötzlich in ihrer Drehrichtung kommutiert wurde. Gemessen wurde dadurch die Größe $2\ B_y = 2\ B \sin \varphi$. Der Prüfrahmen war aus Zweckmäßigkeitsgründen in zwei Teile zerlegt, die beide hintereinander geschaltet waren. Die Auswertung wurde nach dem gleichen Ansatz wie bei Gans und Loyarte vorgenommen. Wichtig ist hierbei Windungszahl und Windungsfläche der Prüfrähmchen. Die erste wurde durch Zählung bei der Anfertigung der Spulen ermittelt. Die letztere wurde magnetisch festgestellt, indem die kleinen, mit dem Galvanometer ver-

bundenen Rahmen in das Innere der langen Feldspule des Probe-solenoides gebracht wurden. Es wurde dann ein genau bekanntes Feld kommutiert. Aus dem Ausschlag des Galvanometers läßt sich dann auf die Windungsfläche schließen. Die geometrische und magnetische Bestimmung der letzteren ergab sehr gut übereinstimmende Resultate.

Die Dimensionen der Prüfrahmen sind:

Rahmen für dünne Scheiben:	Wdgszahl:	280	Querschn.	0,792 cm^2
„ „ mittlere	„	„	308	„	0,968 „
„ „ dicke	„	„	326	„	$1{,}204_5$ „

So ergeben sich beim Ablenkungsversuch mit der Scheibe PD 13 mit der alle Messungen der §§ 5—8 ausgeführt sind, z. B. die folgenden Verhältnisse:

Mittlerer Eisenquerschn. unter jedem der beiden

Prüfrahmen . . . . 0,502 cm^2

Eisenfreier Prüfrahmenquerschnitt . $0{,}702_5$ „

Beide Werte addiert ergeben den obigen

Querschnitt der Prüfspule . . $1{,}204_5$ „

Die Frequenz der rotierenden Scheibe wurde bei den langsamen Frequenzen durch einfaches Auszählen mit der Stoppuhr festgestellt, bei größeren Frequenzen wurde sie durch einen Tourenzähler ermittelt, der auf derselben Achse wie die Scheibe saß und einen sehr leichten Gang zeigte. Es wurde immer das Mittel aus einer Reihe von Beobachtungen in beiden Drehrichtungen genommen, sodaß die Frequenzmessungen recht genau sind.

Die Materialien zu den Untersuchungen lieferte in sehr entgegenkommender Weise das Kaiser Wilhelm-Institut für Eisenforschung in Düsseldorf, dem auch an dieser Stelle aufrichtig gedankt sei. Es standen zur Verfügung Nickel, Elektrolyteisen, sowie die folgenden 6 Eisenkohlenstofflegierungen:

PD 2 = 0,11 % C	PD 10 = 0,97 % C
PD 4 = 0,45 „ „	PD 13 = 1,28 „ „
PD 8 = 0,76 „ „	PD 18 = 1,78 „ „

In der Voruntersuchung wurde aber bereits die Hälfte dieser Proben ausgeschieden, sodaß nur untersucht sind: Nickel, PD 4, PD 8, PD 13. Der Grund liegt in Folgendem:

Es muß bei den Versuchen gefordert werden, daß das Galvanometer nach einem Ablenkungsexperiment in die Ruhelage zurückkehrt und in dieser beharrt. Es zeigten sich aber bei Elektrolyteisen, PD 2, PD 10 und PD 18 recht erhebliche periodische Schwankungen der Galvanometerruhelage von der doppelten Frequenz der rotierenden Scheibe, die so groß sind, daß bei diesen Materialien an ein einwandfreies Messen nicht zu denken ist. Bei den verbleibenden 4 Materialien ist diese Schwankung zwar auch vorhanden, aber in einem sehr viel kleineren Maße, sodaß die Messungen dadurch nicht beeinträchtigt werden. Außerdem wurden die Schwankungen nach der folgenden Meßmethode annähernd eliminiert:

In der folgenden Fig. 4 ist O die Ruhelage des Galvanometers für den Fall, daß keine Schwankung vorhanden ist, oder besser noch für den Fall der ruhenden Scheibe.

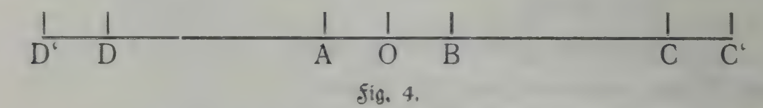


Fig. 4.

Dreht sich die Scheibe mit konstanter Winkelgeschwindigkeit in einem gleichbleibenden Felde, so beschreibt der Faden des Ablesefernrohres den Weg A O B O A mit der doppelten Frequenz der rotierenden Scheibe. Je nach der gewählten Drehrichtung besteht nun die Möglichkeit, das Ablenkungsexperiment sowohl nach rechts, wie auch nach links verlaufen zu lassen. Das letztere wurde nun einmal vorgenommen, wenn der Faden auf dem Wege nach B den Punkt O passierte, es wurde dann ein Ausschlag bis C erzielt. Ein zweites Experiment wurde vorgenommen, wenn der Faden den Punkt O erreicht hatte auf dem Wege nach A. Dann gelangte der Ausschlag bis zu dem Punkte C'. Genau in derselben Weise wurde mit den Ausschlägen nach der anderen Seite verfahren. Da auch noch jede einzelne Messung stets wiederholt wurde, so wurde insgesamt das arithmetische Mittel aus 8 Beobachtungswerten in die Rechnung eingeführt. In den Tabellen des Anhangs ist jeweils nur dieser Mittelwert $\bar{\alpha}$ angegeben.

Übrigens zeigte sich die Größe der Schwankung sowohl von der Induktion als auch von der Frequenz abhängig. Die Abhängigkeit von dem ersten Parameter zeigt die folgende Tabelle, die das Verhalten einer dünnen Scheibe des Materials PD 13 gibt.

PD 13

B	$\bar{\alpha}$	δ	$\frac{\delta}{\alpha} \cdot 100$
24120	4,06	1,65	40,6
23350	5,59	1,65	29,5
22330	10,97	2,00	18,22
21000	29,96	2,20	7,33
20380	43,4	2,00	4,64
19500	64,6	1,20	1,85
18250	92,2	0,2	0,22
17250	109,7	0,7	0,637
16250	122,7	1,3	1,06
14450	136,6	2,0	1,47
12750	140,6	2,10	1,495
10800	139,6	2,0	1,438
8600	131,6	1,40	1,065
6400	117,0	1,4	1,194
4150	47,9	1,1	2,30
1950	29,45	0,8	2,72
600	15,07	2,50	14,93

Man sieht, daß die Schwankung δ in Prozenten des mittleren Ausschlages recht groß ist bei hohen Induktionen, aber in dem größeren Bereich der Messung nur Werte von rund 1 % des Ausschlages annimmt. Bei kleinen Induktionen ist dann noch einmal ein Ansteigen zu bemerken. In der nächsten Tabelle ist die Schwankung bei konstanter Induktion als Funktion der Frequenz dargestellt. Die Schwankung nimmt mit zunehmender Frequenz stark ab. Alle Messungen, die den Einfluß des Materials auf die Erscheinungen betreffen, sind bei 0,2 per/sec. angesetzt. Messungen bei höheren Frequenzen sind nur zum Studium des Einflusses der Wirbelströme unternommen worden. Bei Frequenzen über 1 per/sec. vermag das Galvanometer den schnellen Schwankungen nicht mehr zu folgen und bleibt in Ruhe. Es wird dann praktisch von einem Wechselstrom geringer Amplitude durchflossen, den es nicht anzeigt.

PD 13 (B = 15350).

Frequenz	$0{,}100_3$	0,157	0,189	0,385	0,584	0,806	0,977
$\bar{\alpha}$	172,5	174,6	175,1	176,3	177,7	179,7	180,2
δ	3,75	2,65	2,10	1,1	0,7	0,4	0,3
$\delta/\alpha \cdot 100$	2,18	1,52	1,20	0,62	0,39	0,32	0,17

Da für den Hauptteil der Messungen die prozentuale Schwankung etwa 1 % des mittleren Ausschlages beträgt, und die Art der Messungen den Fehler zu eliminieren strebt, so darf der Fehler, der durch diese Unsicherheit in die Messungen hineinkommt, wohl, ausgenommen bei hohen Induktionen, als gering angesehen werden. In den Tabellen 7—12 des Anhangs ist in der letzten Spalte stets $\frac{\delta}{\alpha} \cdot 100$ angegeben.

Um die Ursache der Schwankungen zu untersuchen, wurden bei einer der hier nicht angeführten Proben, PD 18, zwei Induktionsmessungen als Funktion des magnetisierenden Stromes des Duboismagneten in zwei zueinander senkrechten, durch die Größe der Schwankung ausgezeichneten Richtungen ausgeführt. Die Auswertung ergab fast völlig identische Kurven. In einem Einfluß der Bearbeitungsrichtung auf die Permeabilität dürfte also die Ursache der Schwankung umso weniger zu suchen sein, als die Scheiben aus langen zylindrischen Stäben von zwei Zentimeter Durchmesser abgestochen wurden, die wieder in Richtung der Längsachse des Zylinders gezogen sind, sodaß in Bezug auf diese bevorzugte Richtung Rotationssymmetrie herrscht.

Die Ursache der Schwankung sehen wir in kleinen Inhomogenitäten der Eisenproben. Es rotieren diese ja in einem konstanten äußeren Felde, irgendeine Verschiedenheit der Permeabilität kleiner Komplexe im Eisen wird also sowohl einen größeren oder kleineren Induktionsvektor, als auch, je nach dem Teil der $\psi = f(B)$ Kurve (vgl. Fig. 17—22) auf dem man sich befindet, eine mehr oder minder große Ablenkung des letzteren zur Folge haben. Es schwanken also sowohl B als auch ψ in ihrer Größe.

B. Die Experimente.

a) Der Ablenkungswinkel als Funktion der Frequenz der rotierenden Scheibe.

§ 5. Die Versuche wurden eingeleitet durch ein Studium der Erscheinungen unter dem Einfluß der Frequenz. Aus dem angelieferten Material wurde daher zunächst eine Scheibe mit dem Durchmesser 19,77 mm und der Dicke 2,75 mm angefertigt, woraus sich der Entmagnetisierungsfaktor zu $P = 1,166$ berechnet. Diese Scheibe wurde durch eine kleine Messingschraube zentrisch auf dem Teller der Apparatur (Fig. 1) befestigt. Der durch die Durchbohrung notwendig gewordenen Luftlinienkorrektion ist bei der Auswertung Rechnung getragen. Mit dieser Scheibe sind alle Messungen der folgenden §§ 5—8 ausgeführt. Es wurde gerade diese Scheibe gewählt, weil sie unter allen die geringste Schwankung aufwies.

Zunächst wurde festgestellt, daß sich das Ablenkungsexperiment bis zu den allergeringsten Frequenzen, bis zu einer Umdrehung der Scheibe in 20 Minuten, rund 0,0008 per/sec., ausführen läßt. Der Ausschlag in Skalenteilen als Funktion der Frequenz bei der konstanten Induktion von B = 21130 c. g. s. ist in der unteren Kurve der graphischen Darstellung Fig. 5 aufgetragen. Man sieht, wie die Kurve von kleinen Werten ansteigend allmählich einen konstanten Wert annimmt. Dieser wird bei 0,1 – 0,2 per/sec. erreicht und ist in dieser Figur nicht mehr dargestellt, dagegen in Fig. 8.

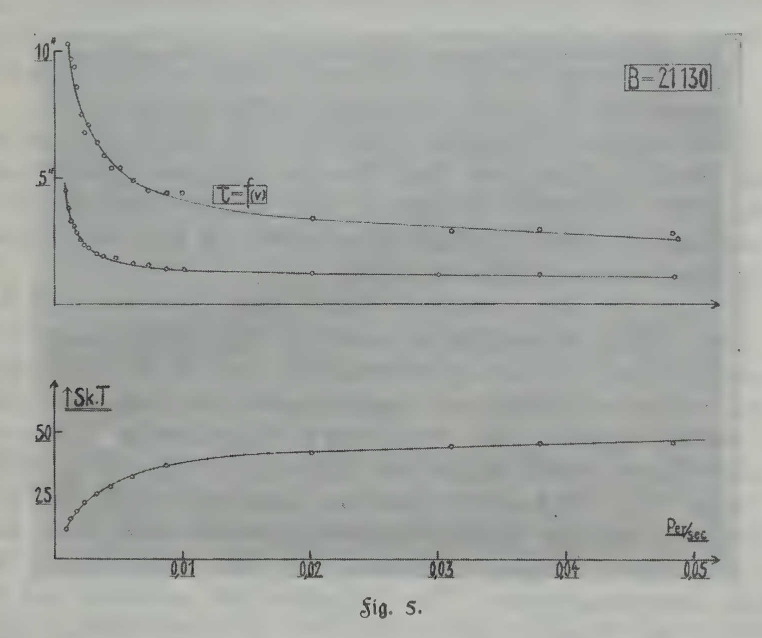


Fig. 5.

Errechnet man aus dem Ausschlage die Größe $B_y = B \sin \varphi$ und setzt diese in die Verlustformel $q = \frac{H_0 \cdot B \cdot \sin \varphi}{2\,(1 - P/4\,\pi)}$ ein, so würde man versucht sein zu folgern, daß der Hysteresisverlust pro Periode mit geringer werdender Frequenz abnimmt. Um dieses sehr merkwürdige Resultat zu prüfen, wurde in der vorliegenden Beobachtungsreihe die Zeit mit der Stoppuhr gemessen, die von der Einleitung des magnetischen Vorganges, d. h. von der Kommutierung der Drehrichtung bis zur Erreichung des größten Ausschlages vergeht. Diese Zeit ist in der oberen Darstellung von Fig. 5 gezeichnet. Sie nimmt mit kleiner werdender Frequenz zu und erreicht für v = 0,0008 per/sec. den

Wert 10 sec. Die Kurve darunter gibt an, wieviel mal so groß der konstante Ausschlag bei 0,2 per/sec. ist, wie der Ausschlag bei der betreffenden Frequenz.

Für den Fall nun, daß der zu messende magnetische Vorgang in einer Zeit verläuft, in der das Sÿstem des Galvanometers seine Bewegung noch nicht merklich begonnen hat, läßt sich diese Zeit τ auf zwei Arten angeben:

1. Aus der Theorie folgt für den aperiodischen Grenzzustand, in dessen Nähe das ballistische Galvanometer hier benutzt wurde, $\tau = \frac{T_0}{\pi}$ wo T_0 die halbe ungedämpfte Schwingungsdauer ist. Da $2\ T_0 = 13{,}8$ sec. bestimmt wurde, so ist $\tau = 2{,}20$ sec. Auch zeigt die Theorie, daß τ unabhängig ist von der Amplitude des Ausschlages.

2. Es muß diese Zeit genau so groß sein, wie in dem Fall, wo der gleiche Ausschlag durch eine Kontrollmessung mit dem Probesolenoid erzeugt wird. Aus dieser Bestimmung ergibt sich der Wert 2,35 sec., der auch der Betrachtung zugrunde gelegt werde, da er ja bei gleichem Schließungswiderstande gefunden wurde.

Da nun die oben gemessenen Zeiten einen Wert von 2,35 bis zu 10 sec. haben, so muß angenommen werden, daß der magnetische Vorgang bei den langsamen Frequenzen nicht mehr in der kurzen Zeit abläuft, in der das Sÿstem des Galvanometers seine Bewegung noch nicht merklich begonnen hat. Der Beweis dafür liegt in Messungen mit zwei Galvanometern verschiedener Schwingungsdauer ($2\ T_0 = 13{,}8$ sec. bezw. $2\ T_0 = 10{,}2$ sec.). Hier muß gefordert werden, daß das Galvanometer mit der größeren Schwingungsdauer relativ mehr von dem magnetischen Vorgang aufzeichnet, als das Galvanometer geringerer Schwingungsdauer. Die Messungen sind ausgeführt und in Tabelle 2 des Anhangs für $B = 17770$ c. g. s. niedergelegt. Die graphische Darstellung Fig. 6 zeigt, wie trotz der nicht erheblichen Differenz der ungedämpften Schwingungsdauern das trägere Instrument bei Frequenzen unter 0,1 per/sec. mehr anzeigt, wie das kleinerer Schwingungsdauer. Bei 0,1 und 0,2 per/sec. jedoch ist der Ausschlag identisch geworden (die Messungen mit dem Galvanometer größerer Schwingungsdauer sind durch Kreuze angegeben). Messungen mit einem Galvanometer noch wesentlich größerer Schwingungsdauer würden demnach bis zu noch geringeren Frequenzen den Ausschlag als konstant ergeben. Da der Ausschlag als Faktor in die Verlustformel (1) § 2 eingeht, so darf man hiernach annehmen, daß der Verlust durch drehende Hÿsteresis mit geringer werdender Frequenz konstant bleibt.

Die obigen Betrachtungen haben gezeigt, daß die Messungen unter 0,2 bezw. 0,1 per/sec. nicht zur Auswertung benutzt werden dürfen. Doch ist für alle Messungen bei 0,2 Perioden und darüber

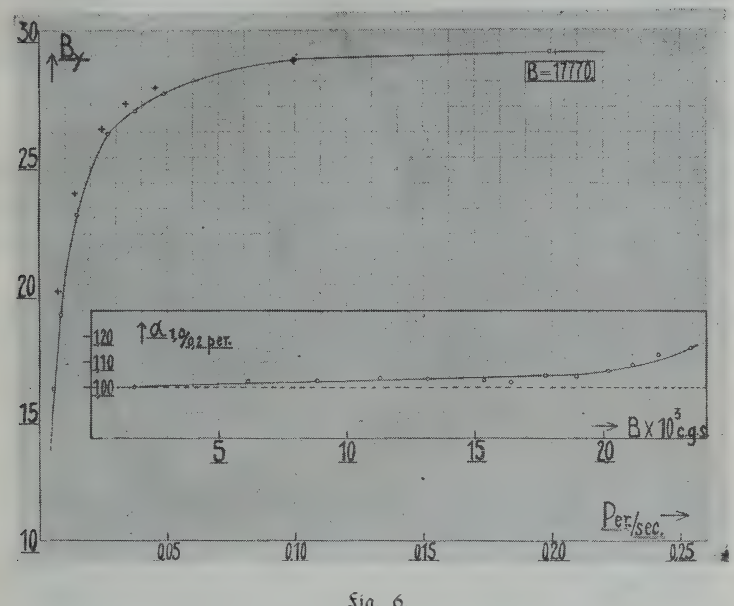


Fig. 6.

(bei mittleren und großen Induktionen, auch schon bei geringeren Frequenzen) die Zeitdauer bis zur Erreichung des größten Ausschlages bei dem magnetischen Vorgang ebenso groß gefunden wie bei den Kontrollversuchen, wo der gleiche Ausschlag durch Kommutieren eines Stromes in der Feldspule des Probesolenoides herbeigeführt wurde. Hier ist also die Grundforderung der Theorie des ballistischen Galvanometers erfüllt.

§ 6. In dem Bereich der Frequenzen um 0,2 Perioden zeigen sich die Ausschläge unabhängig von der Frequenz. Für kleine Induktionen besteht diese Unabhängigkeit bis zu etwa 1 per/sec., für mittlere und große tritt schon eher eine Steigung der Kurven ein (vergl. Fig. 7 und 8).

Bei 0,2 per/sec. wird also ein Ausschlag gemessen, der, mit den geeigneten Konstanten multipliziert, den Hysteresisverlust für drehende Magnetisierung ergibt. Dieser ist nach unserer Anschauung unabhängig von der Frequenz. Störend tritt nur bei Frequenzen unter 0,2 per/sec. der Einfluß der Schwingungsdauer

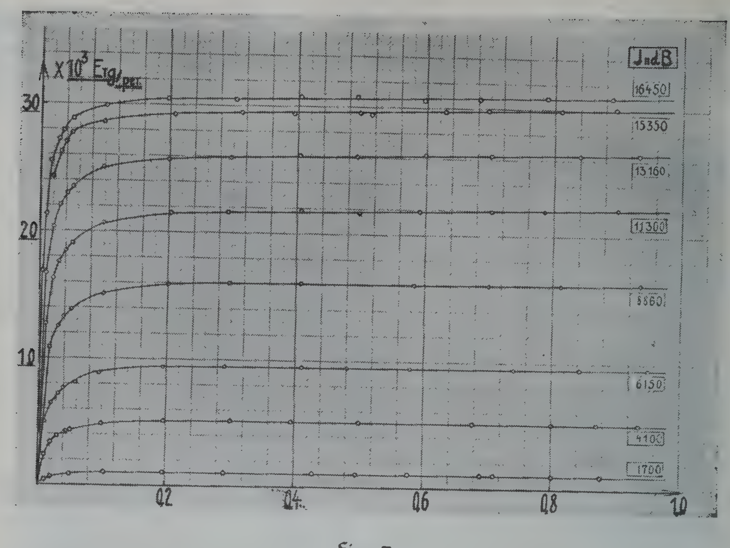


Fig. 7.

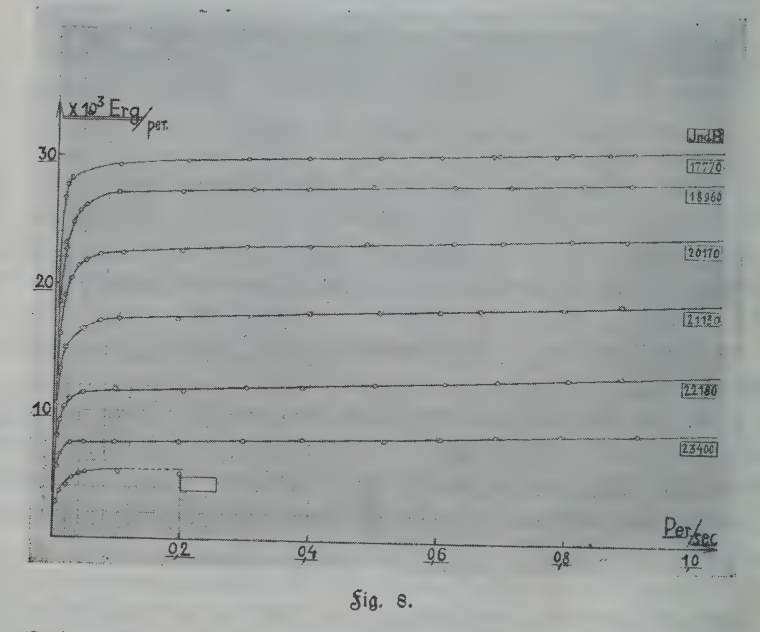


Fig. 8.

des Galvanometers auf und bei Frequenzen, die darüber liegen, die Wirkung der Wirbelströme. Aus diesem Grunde empfahl es sich, alle Messungen, die den Einfluß des Materials auf die Erscheinung be-

treffen, bei 0,2 per/sec. anzusetzen. Doch ist in jedem Falle die Frequenzunabhängigkeit durch einen Kontrollversuch bei konstanter Induktion und variabler Frequenz festgestellt.

Um die Erscheinungen mehr hervortreten zu lassen, wurde in den Messungen der §§ 6 und 7 eine größere Scheibendicke verwandt, als später bei der Materialuntersuchung des § 10.

§ 7. **Der Einfluß der Wirbelströme.** Eine Betrachtung der beiden graphischen Darstellungen in Fig. 7 und 8 zeigt, daß die Steigung der Verlustkurven umso größer wird, je höhere Werte die Induktion annimmt.

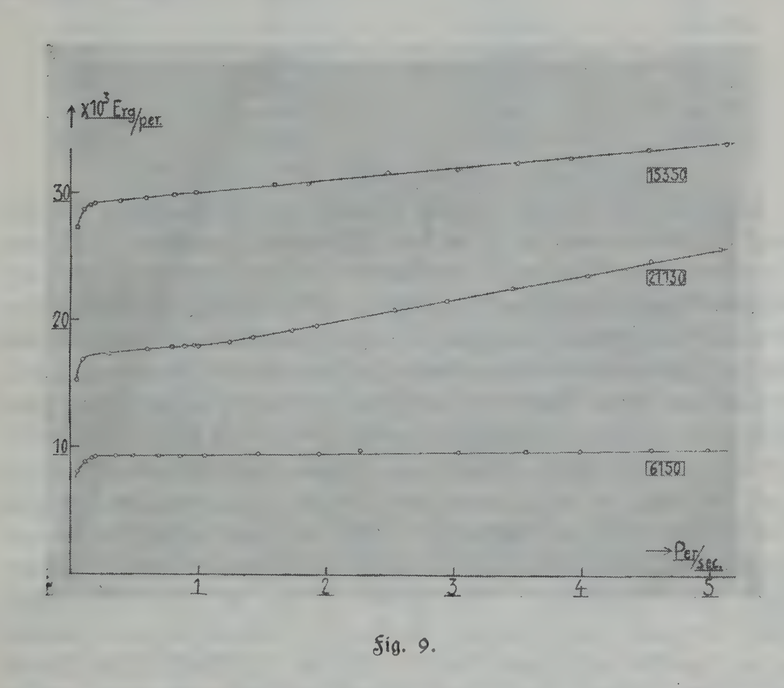


Fig. 9.

Um diese Verhältnisse zu untersuchen, ist auf dem Kurvenblatt Fig. 6 (§ 5) einmal das Verhältnis des Ausschlages bei 1 per/sec. zu dem bei 0,2 per/sec. gebildet. Dieser Quotient steigt mit wachsender Induktion an. Noch deutlicher tritt dies in der Fig. 9 hervor, wo die Messungen für je eine kleine, mittlere und große Induktion bis 5 per/sec. fortgesetzt wurden. Man sieht die geringe Steigung für B = 6150 c. g. s., die größere für B = 15350 c. g. s. und die größte für B = 21130 c. g. s.

Der Einfluß der Wirbelströme.

B	$q_{1,0\ per}$	$q_{0,2\ per}$	$\frac{q_{1,0}}{q_{0,2}} = \frac{\alpha_{1,0}}{\alpha_{0,2}}$
1700	1000	1000	1,00
4100	—	—	—
6150	9600	9400	1,022
8860	16200	15800	1,025
11300	22200	21400	1,038
13160	26500	25700	1,032
15350	30100	29300	1,028
16400	31000	30400	1,020
17770	31000	29700	1,044
18960	28500	27300	1,041
20170	24200	22800	1,062
21130	18950	17400	1,089
22180	13400	11800	1,126
23400	8750	7600	1,152

(Die Werte sind dargestellt in Fig. 6; § 5).

Daß diese Steigung auf den Einfluß der Wirbelströme zurückzuführen ist, erkennt man auch an dem folgenden Experiment. Hält man bei einer geringen Frequenz die rotierende Scheibe plötzlich an, so bleibt, wie schon früher beschrieben, der Vektor B in seiner abgelenkten Lage und man erhält keinen Ausschlag des Galvanometers. Wiederholt man dasselbe Epxeriment bei den größeren Frequenzen 1, 2 oder 3 per/sec., so erhält man beim Anhalten der Scheibe einen Ausschlag, der umso größer ist, je größer die gewählte Induktion und die gewählte Frequenz war. Setzt man dann plötzlich die Scheibe bei derselben Frequenz wieder in Gang, so erhält man einen ungefähr gleich großen Ausschlag in der entgegengesetzten Richtung. Auch bei einer plötzlichen Vergrößerung oder Verkleinerung der Frequenz im Bereiche über 1 per/sec. bemerkt man Ausschläge. Wir haben es also mit einer Erscheinung zu tun, die unter dem doppelten Einfluß von Induktion und Frequenz steht und werden annehmen, daß es sich um den Einfluß der Wirbelströme handelt. Leider sind diese Ausschläge einer quantitativen Messung nicht zugänglich, da ihre Größe sehr von der Art des Abbremsens der Rotation abhängt. [1])

[1]) Es muß an dieser Stelle betont werden, daß bei den Messungen bei höheren Frequenzen der Temperaturzustand der Scheibe nicht kontrolliert wurde. Da die Messungen einer $q=f(v)_B$ Kurve mehrere Stunden in Anspruch nahmen, so wurde insbesondere bei hohen Induktionen und entsprechend hoher Stromstärke des Dubois-Magneten die Scheibe oft um schätzungsweise 10—20° erwärmt. Hierdurch erklären sich auch wohl die Ungleichförmigkeiten einiger Kurvenblätter, insbesondere der eingerahmten graphischen Darstellung in Fig. 6, § 5.

Stellt man die Ablenkungsversuche als Funktion der Induktion, die ja für konstante Frequenz zur Aufstellung der Verlustkurve führen, bei noch sehr viel größeren Frequenzen als 5 per/sec. an, so macht sich

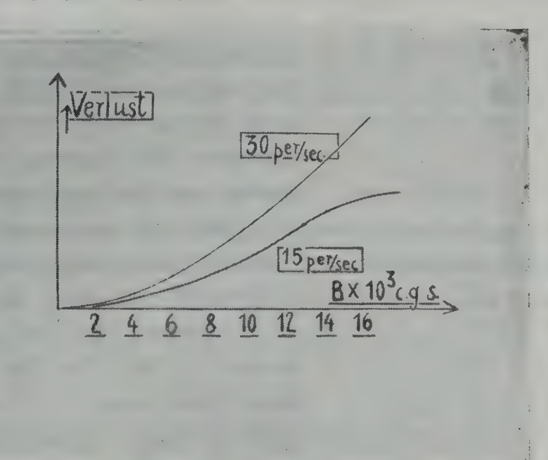


Fig. 10.

der Einfluß der Wirbelströme bei den hohen Induktionen naturgemäß sehr viel stärker geltend, als bei mittleren und geringen Induktionen. Dadurch wird dann der Charakter der Verlustkurve, wenn man eine solche aus den Experimenten berechnet, so entstellt, wie es die schematische Fig. 10 für 15 per/sec. und für 30 per/sec. zeigt. Doch werden wir sehen, daß wir diese Kurven nicht mehr als Verlustkurven bezeichnen dürfen.

Wie deuten wir nun diese Erscheinungen? Wir wollen einmal annehmen, es seien in der massiven Eisenscheibe kleine rechteckige Leitergebilde vorhanden, in denen die magnetischen Veränderungen Ströme induzieren. Zunächst wird, wie in der grundsätzlichen Fig. 11 dargestellt, ein in der gezeichneten Richtung wachsender Induktionsvektor einen ihn kreisförmig umgebenden Wirbelstrom induzieren, dessen magnetischer Vektor dem wachsenden Induktionsvektor entgegengerichtet ist. Betrachten wir nun ein kleines Leiterrechteck, dessen Ebene radial steht. Die Fig. 12 gibt die Richtung und relative Größe des magnetischen Vektors an, der von dem Wirbelstrom erzeugt wurde.

Fig. 11.

Dabei denken wir uns das Leiterrechteck im angedeuteten Richtungssinn gegen den ruhenden Induktionsvektor bewegt. Die selbe Überlegung stellen wir für die anderen Quadranten an. Dann wiederholen

wir sie für den Fall eines tangentialen Leiterrechteckes, wie in Fig. 13 gezeichnet, und haben damit die beiden Fälle behandelt, auf die sich alle übrigen zurückführen lassen. Wir sehen also, daß die Wirbelströme eine geordnete magnetische Wirkung ausüben. Addieren wir nun in jedem Punkt der Scheibe diesen magnetischen Vektor B und beachten insbesondere die Richtung des letzteren im zweiten und dritten Quadranten, so sehen wir, daß ein resultierender magnetischer Vektor entsteht, der im Sinne der Scheibendrehung um einen Betrag weiter als der Induktionsvektor gedreht ist, der umso größer ist, je höher die Frequenz liegt. Diese Anschauung wird durch das Experiment bestätigt. Insbesonders muß man fordern, daß eine $q = f(v)_B$-Messung mit Rahmenstellung in Richtung des äußeren Feldes einen größeren Einfluß der Frequenz feststellen wird, wie eine Messung mit senkrecht zu H_0 stehendem Rahmen. Dies findet sich bei den weiter unten beschriebenen Versuchen bestätigt. (Vgl. Fig. 15).

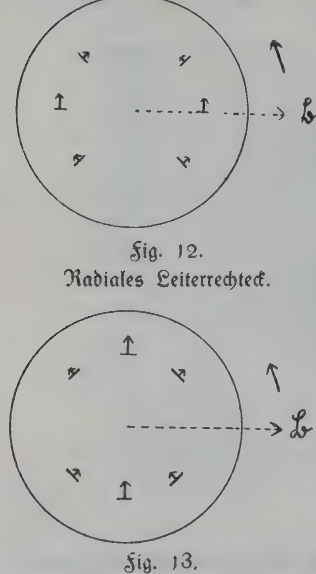


Fig. 12.
Radiales Leiterrechteck.

Fig. 13.
Tangentiales Leiterrechteck.

Der wahre durch das Auftreten der Wirbelströme hervorgerufene zusätzliche Verlust ist natürlich in dieser Anordnung nicht meßbar. In Erscheinung tritt nur die von den Wirbelströmen herrührende Komponente des resultierenden magnetischen Vektors, die bei einem plötzlichen Anhalten der Scheibe einen Ausschlag verursacht, oder sich in dem größeren Ausschlag des Ablenkungsexperimentes kundgibt. Die von Gans und Loyarte entwickelte Verlustformel ist auf diesen Fall natürlich nicht mehr anwendbar. — So sehen wir, daß die Wirbelströme einen größeren Hysteresisverlust vortäuschen. Um jedoch einen guten Überblick zu geben, ist der Ausschlag auch im Gebiet der Wirbelströme immer so in die Rechnung und in die graphischen Darstellungen aufgenommen worden, als wenn er auf reinen Hysteresisverlust zurückzuführen sei.

Um den Einfluß der Wirbelströme bei höheren Frequenzen auszuschalten, wurde eine Scheibe aus unterteiltem Dynamoblech hergestellt, und diese in der Anordnung untersucht. Doch stellte sich heraus, daß die Schwankung zu groß, mithin die Scheibe zu inhomogen war. Die Messungen konnten daher nicht durchgeführt werden.

§ 8. Alle bisher angestellten Auswertungen der Ablenkungsversuche sind unter der Voraussetzung angestellt, daß B bei der Drehung seinen absoluten Betrag beibehält. Diese Annahme ist schon von Gans und Loÿarte experimentell untersucht worden und kurz dahin beantwortet, daß B seine Größe um maximal 3% ändert, und zwar so, daß B bei der Drehung größer wird. Da jedoch in der erwähnten Arbeit der Gegenstand nur mit wenigen Zeilen behandelt ist, so soll er hier etwas ausführlicher dargestellt werden.

Eine Entscheidung über die Konstanz von B läßt sich dann treffen, wenn die Prüfrahmen bei den Drehhysteresisexperimenten einmal parallel und dann senkrecht zu den Kraftlinien des äußeren Feldes stehen. Eine solche Umstellung ist in der Apparatur vorgesehen. Die nebenstehende schematische Figur 14 zeigt den Prüfrahmen in beiden Stellungen.

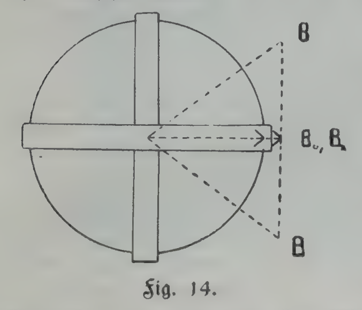


Fig. 14.

Wenn in der senkrechten Stellung des Rahmens das Ablenkungsexperiment durch Kommutation der Drehrichtung vorgenommen wurde, so erfolgte keinerlei Ausschlag, da der den Rahmen durchsetzende Fluß sich im ganzen nicht ändert. Die Experimente können daher nur so vorgenommen werden, daß die vorher noch nicht gedrehte Scheibe aus der Ruhelage im Sinne des Pfeils in Bewegung gesetzt wird. Bei Beginn der Bewegung mißt man einen Ausschlag α; um nun die Experimente wiederholen zu können, muß durch fortgesetzte Kommutation des Stromes im Duboismagneten der Vektor B in die Ruhelage B_0 zurückgebracht werden. Bei den Experimenten mit parallel stehendem Rahmen wurde festgestellt, das die Ruhelage nach 12 bis 14 maligem Kommutieren sicher erreicht ist. Ebenso häufig wird nun in der senkrechten Stellung des Rahmens kommutiert, wobei natürlich der Galvanometerkreis geöffnet ist. Nach der Schließung des letzteren kann dann ein neuer Ablenkungsversuch in der entgegengesetzten oder gleichen Richtung durch in Gang setzen des Motors unternommen werden, der unabhängig von der Richtung der Bewegung denselben oder nahezu denselben Wert anzeigt, wie zu Beginn gemessen. Das Vorzeichen des Ausschlages entspricht dabei immer einer Vergrößerung des Induktionsvektors, d. h. er erfolgt beide Male in derselben Richtung.

Natürlich haben diese Experimente nicht dieselbe Genauigkeit wie die bisher beschriebenen, bei denen aus einer Drehrichtung in die andere

kommutiert wurde, die Geschwindigkeit mithin viel definierter ist. Das zeigen auch die Werte der Fig. 15 (untere graph. Darstellung).

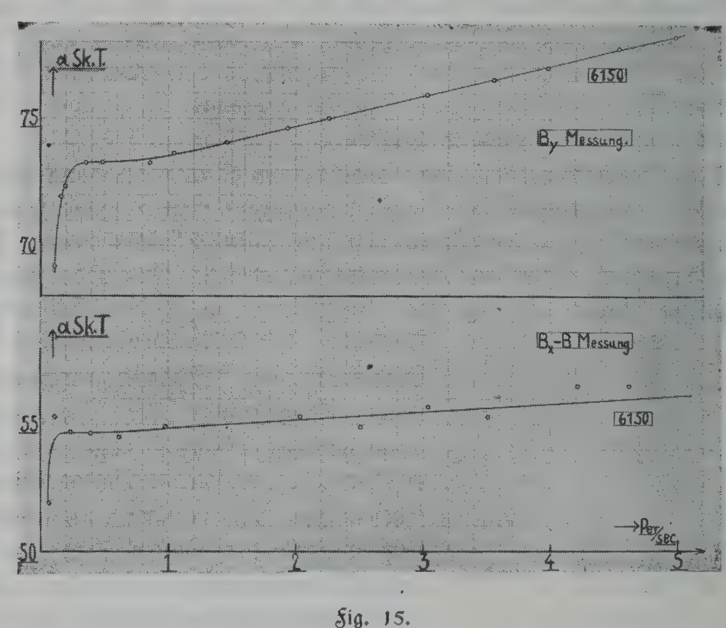


Fig. 15.

Um beide Male dieselben Verhältnisse zu haben, wurde auch die $B \sin \varphi = B_y$ Messung in dieser Weise vorgenommen. Da die Kurve aber bis auf ihre Ungenauigkeit völlig einer solchen glich, die bei Kommutation der Drehrichtung aufgenommen wurde, so ist die letztere als die geeignetere der Auswertung zugrunde gelegt worden. (Obere graph. Darst. Fig. 15). Es sei nun kurz die Auswertungsformel entwickelt, da sie l. c. nicht angegeben ist.

Die magnetische Veränderung, die bei einer plötzlichen Drehung der Scheibe unter dem Prüfrahmen geschieht, ist:

$$B_x - B_0 + H - H_x$$

da ja auch das stetig aus der Scheibe in den Luftzwischenraum übertretende wahre Feld berücksichtigt werden muß. Aus der Entmagnetisierungsgleichung folgt nun, wenn man nur die x-Komponenten schreibt:

$$H_x = H_0 - P/4\pi \ (B_x - H_x)$$

$$H_x = \frac{H_0}{1 - P/4\pi} - \frac{P/4\pi}{1 - P/4\pi} B_x$$

und da ja $$H = \frac{H_0}{1 - P/4\pi} - \frac{P/4\pi}{1 - P/4\pi} B_0$$

$$H - H_x = \frac{P/4\pi}{1 - P/4\pi} (B_x - B_0)$$

$$B_0 - B_x = -(B_x - B_0)$$

Da nun die Ausgangsgleichung in die numerische Auswertung eingeht als:

$$(B_x - B_0)\ \bar{q} + (H - H_x)\ \bar{q}' = \frac{C \cdot \varepsilon}{N}$$

so lautet der Ansatz:

$$\left\{ \frac{P/4\pi}{1 - P/4\pi} \bar{q}' - \bar{q} \right\} \left\{ B_x - B_0 \right\} = \frac{C \cdot \varepsilon}{N}$$

oder

$$\left\{ 1 - \frac{P/4\pi}{1 - P/4\pi} \frac{\bar{q}'}{\bar{q}} \right\} (B_x - B_0) = -\frac{C \cdot \varepsilon}{N}$$

Der Ansatz führt also auf denselben konstanten Faktor wie bei der früher besprochenen B_y-Methode.

Nun gilt immer

$$B^2 = B^2_x + B^2_y$$

$$B \cdot dB = B_x \ \Delta B_x + B_y \cdot \Delta B_y$$

$$dB = \frac{B_x}{B} \Delta B_x + \frac{B_y}{B} \Delta B_y$$

d. h.: die Änderung, die B bei der Drehung erfährt, besteht zum weitaus größten Teil in einer Änderung ΔB_x seiner x-Komponente. Setzen wir $\frac{B_x}{B} = 1$ so ist $dB = \Delta B_x = B_x - B_0$ und

$\frac{\Delta B_x}{B} \cdot 100 = p =$ prozentuale Änderung von B.

Numerische Auswertung: Nach obiger Rechnung darf die übliche Formel benutzt werden

$$|B_x - B_0| = 10^5 \cdot \frac{1}{\bar{q} N \left\{ 1 - \frac{P/4\pi}{1 - P/4\pi} \frac{\bar{q}'}{\bar{q}} \right\}} \cdot \frac{i_p}{\alpha_p} \cdot \bar{\alpha}$$

wo das Glied $10^5 \cdot \frac{i_p}{\alpha_p}$ sich aus der Eichung mit dem Probesolenoid ergibt.

Numerisch: $| B_x - B_0 | = 2 \cdot 178{,}4 \cdot 0{,}001165 \cdot 54{,}55 = 22{,}72$ c. g. s. (Entnommen aus Fig. 15 für 0,2 per/sec.) Mithin ist die prozentuale Änderung von B bei $B = 6150$ und $\varphi = 17'$

$$\frac{22{,}72}{6150} \cdot 100 = + 0{,}37\,\%$$

Der maximale Winkel, der bei dieser Scheibe (Pd13) zwischen Induktion und äußerem Feld auftritt, ist etwa 25' und wird bei Induktionen unter 2000 c. g. s. erreicht. Bei den von Gans und Loÿarte untersuchten Scheiben ist dieser Winkel (entsprechend dem kleineren Entmagnetisierungsfaktor und der größeren Härte der Proben) im Maximum $4^0 20'$ bezw. $3^0 18'$ und die maximale Induktionsänderung mit 3 % angegeben. Da bei den in § 10 untersuchten Scheiben auch Winkel bis zu 2^0 vorkommen, so wird man die größte Induktionsänderung hier mit 1—2 % ansetzen dürfen. (Vgl. Fig. 16—22.)

Zu einer genauen Kenntnis aller hier auftretenden Größen führen natürlich nur Experimente, bei denen beide Rahmenstellungen benutzt werden. Doch sind die Messungen mit senkrecht stehendem Rahmen aus folgendem Grunde recht schwierig: Die Prüfrahmen, die zusammen 328 Windungen tragen, stehen fast senkrecht zur Richtung der Induktion. Das Galvanometer ist sehr empfindlich, da ja gerade kleine magnetische Größen gemessen werden sollen. Nun sind aber kleine Schwankungen des magnetisierenden Stromes selbst bei der besten Akkumulatorenbatterie nicht zu vermeiden. Diese haben Veränderungen der Induktion der untersuchten Scheibe zur Folge, die sich in beträchtlicher nichtperiodischer Unruhe des Galvanometers bemerkbar machen. Diese Unruhe steigt mit der Stromstärke, also auch mit der Induktion, und es war nicht möglich, die Ablenkungsversuche für alle Induktionen durchzuführen. Auch kommt die Ungenauigkeit hinzu, die durch das Anlaufen des Motors unter verschiedenen Reibungsmomenten veranlaßt war. Doch genügt das obige Resultat durchaus, um in der anschließenden Fehlerbetrachtung benutzt zu werden.

§ 9. Einiges über die Fehlermöglichkeiten bei den Messungen. In den folgenden Betrachtungen soll nicht der absolute Fehler der in dieser Arbeit gebrachten Messungen gesucht werden, sondern es soll nur untersucht werden, welche Genauigkeit von den aus den Messungen errechneten Größen erwartet werden darf, angesichts der ungünstigen

Entmagnetisierungsverhältnisse, die durch den Gegenstand der Untersuchung vorgegeben sind.

1. Die erste Frage ist: Welchen Einfluß übt die Tatsache der Vergrößerung von B, sowie ein Fehler in der Bestimmung von B und B_y auf die Größe von φ aus? Es ist $\sin \varphi = \frac{B_y}{B}$, weil φ klein ist, auch

$$\varphi = \frac{B_y}{B}$$

$$d\,\varphi = \frac{B \cdot d\,B_y - B_y \cdot d\,B}{B^2} = \frac{d\,B_y}{B} - \frac{d\,B}{B} \cdot \frac{B_y}{B}$$

$$d\varphi = \frac{d\,B_y}{B} - \frac{d\,B}{B} \cdot \varphi$$

Die beiden Glieder auf der rechten Seite sind von der gleichen Größenordnung.

Beispiel: Unter der Annahme eines Fehlers von $2\,^0/_0$ in B und B_y berechnen wir bei der Probe Pd 13 w (vgl. § 10 und Fig. 21) den möglichen Fehler: Die Daten sind $B = 1770$ $B_y = 31{,}9$ und $\varphi = 1^0\ 1{,}8'$

$$d\,\varphi = 0{,}000\,360 \pm 0{,}000\,356$$

Im günstigsten Fall ist der Fehler zu vernachlässigen, im ungünstigsten $= 2{,}46'$. Dieser Fehler der Größe φ geht nach der Formel 1 § 2 direkt in den berechneten Verlust ein.

2. Welchen prozentualen Fehler erleidet die Permeabilitätsbestimmung, wenn Fehler in den Bestimmungen von B, H_0 und P gemacht werden?

$$H = \varepsilon\,H_0 - \varkappa\,B$$
$$d\,H = \varepsilon\,d\,H_0 + H_0 \cdot d\,\varepsilon - \varkappa\,d\,B - B\,d\,\varkappa$$
$$d\,H = \varepsilon \cdot d\,H_0 + H_0 \cdot \varepsilon'\,dp + \varkappa \cdot d\,B - B \cdot \varkappa'\,dp$$

$$\varepsilon = \frac{1}{1 - P/4\pi} \qquad \varkappa = \frac{P/4\pi}{1 - P/4\pi} \qquad p = P/4\pi$$

Nun ist aber nach Definition

$$d\,\frac{B}{H} = \frac{H \cdot d\,B - B\,d\,H}{H^2} = \frac{B}{B} \cdot \frac{d\,B}{H} - \frac{B}{H} \cdot \frac{d\,H}{H}$$

oder

$$d\,\mu = \mu \cdot \frac{d\,B}{B} - \mu \cdot \frac{d\,H}{H} \qquad \frac{d\,\mu}{\mu} = \frac{d\,B}{B} - \frac{d\,H}{H}$$

Setzt man den obigen Ausdruck für d H ein, so gilt:

$$\frac{d\mu}{\mu} = \frac{dB}{B} - \frac{\varepsilon}{H} \cdot d\,H_0 - \frac{d\,p}{H}(H_0 \cdot \varepsilon' - B \cdot \varkappa')$$

$$\frac{d\mu}{\mu} = \frac{dB}{B}\left(1 + \varkappa\,\frac{B}{H}\right) - \varepsilon \cdot \frac{d\,H_0}{H} - \frac{d\,p}{H\,(1-p^2)}\,(H_0 - B)$$

oder:

$$\frac{d\mu}{\mu} = \frac{dB}{B}\left(1 + \varkappa\,\frac{B}{\varepsilon H_0 - \varkappa B}\right) - \varepsilon\,\frac{d\,H_0}{\varepsilon H_0 - \varkappa B} + \frac{1/4\,\pi \cdot d\,P}{(1 - P/4\,\pi)^2} \cdot \left(\mu - \frac{H_0}{H}\right)$$

Beispiel. Wir berechnen den prozentualen Fehler für die Permeabilitätsbestimmung an den in § 10 in langgestreckter Ellipsoidform untersuchten Materialien und betrachten dabei die Probe mittlerer Koerzitivkraft einmal im weichen und dann im gehärteten Zustande, also Pd 8 w und Pd 8 h. Wir gehen von der Annahme aus, daß der Fehler in der Bestimmung von B, H_0 und P je 1% ist, und wollen einen Permeabilitätswert in der Nähe des Maximums der $\psi = f(B)$ Kurve prüfen.

a/. Pd 8 w. Die Werte sind

$$B = 2394 \qquad H_0 = 20 \qquad H = 3{,}9 \qquad \mu = 617$$

Die obige Formel ergibt:

$$\frac{d\mu}{\mu} \cdot 100 = 5{,}17 - 5{,}17 + 4$$

b/. Pd 8 h. Die Werte sind:

$$B = 5026 \qquad H_0 = 60 \qquad H = 26{,}3 \qquad \mu = 191$$

Das Ergebnis:

$$\frac{d\mu}{\mu} \cdot 100 = 2{,}3 - 2{,}3 + 1{,}3$$

Da eine Aussage über die Richtung der Fehler schwierig ist, so begnügen wir uns mit diesem Überblick. Für das weichere Material Pd 4 w wird der Fehler größer sein, für die härteren Materialien liegt er günstiger, so gilt für Pd 13 h:

$$B = 6170 \qquad H_0 = 84{,}4 \qquad H = 43{,}1 \qquad \mu = 143$$

$$\frac{d\mu}{\mu} \cdot 100 = 1{,}9 - 1{,}9 + 1{,}0$$

d. h. der Fehler ist von der Größenordnung einiger Prozente.

Diese Fehlerrechnung an den langgestreckten Ellipsoiden zeigt deutlich, wie nötig es ist, Kreisscheibe und Ellipsoid desselben Materials

gleichzeitig zu untersuchen. An eine brauchbare Bestimmung der H B Charakteristik an flachen Kreisscheiben des hier möglichen Dimensionsverhältnisses ist überhaupt nicht zu denken.

3. Zum Schluß sei der Fehler untersucht, der in den Wert des Winkels ψ eingeht aus Fehlern in den Werten des Verlustes q und des Produktes H · B.

Wir gehen aus von den Grundgleichungen in § 2, aus denen sich ergibt:

$$\sin \psi = \frac{2\,q}{H \cdot B}$$

$$2q = \sin \psi \cdot H \cdot B$$

$$\log 2q = \log \sin \psi + \log H + \log B$$

Die Differentiation ergibt:

$$\frac{dq}{q} = \frac{1}{\sin \psi} \cos \psi \, d\,\psi + \frac{d\,H}{H} + \frac{d\,B}{B}$$

oder

$$\frac{d\,\psi}{\operatorname{tg}\,\psi} = \frac{dq}{q} - \frac{d\,H}{H} - \frac{d\,B}{B} \qquad d\,\varphi = \operatorname{tg}\varphi \left(\frac{dq}{q} - \frac{d\,H}{H} - \frac{d\,B}{B}\right)$$

Beispiel: Es sei der Fehler des Höchstwertes von φ bei dem Material Pd 13 w untersucht. Die Werte sind:

$B = 2750 \qquad H = 7{,}66 \qquad q = 4075 \qquad \varphi = 22^0\ 46'$

Nehmen wir zunächst nur einen 1 prozentigen Fehler in den Größen B, H und q an, dann wird:

$$d\,\varphi = \operatorname{tg}\varphi\,(\pm 0{,}01 \pm 0{,}01 \pm 0{,}01) = 0{,}420\,(\pm 0{,}01 \pm 0{,}01 \pm 0{,}01)$$

Im günstigsten Falle ist der Fehler $1 \times 14{,}4'$

Im ungünstigsten ist er $3 \times 14{,}4' = 44{,}2'$

Bei einem 2 oder gar 3 prozentigen Fehler verdoppeln bezw. verdreifachen sich diese Fehlergrenzen.

Bemerkung zu § 9. Insgesamt zeigen die Fehlerbetrachtungen, daß es bei den vorgegebenen Entmagnetisierungsfaktoren schwer ist, eine große Genauigkeit zu erreichen. — Die Messungen des folgenden § 10 sind umso genauer, je magnetisch härter das untersuchte Material ist.

b) Die Untersuchungen bei konstanter Frequenz.

§ 10. Nachdem durch die Untersuchungen über die Abhängigkeit des Ablenkungswinkels von der Frequenz festgestellt war, bei welcher Frequenz der auf reiner Hysteresis beruhende Ablenkungswinkel einwandfrei gemessen werden kann, wurden die Messungen über den Materialeinfluß bei 0,2 Perioden pro Sekunde unternommen.

Zunächst wurde eine Nickelscheibe untersucht, (Durchmesser 19,77 mm, Dicke 0,993 mm, demnach P = 0,4658.) Die Scheibe war in der Mitte mit einem Bohrloch zur Befestigung durch eine Messingschraube versehen (siehe Fig. 1). Da nicht genügend Material zur Verfügung stand, um ein langgestrecktes Ellipsoid zu verfertigen, so konnte eine Ermittlung der $\varphi = f$ (B) Kurve nicht vorgenommen werden.

Die Verlustkurve für Nickel (Fig. 16) zeigt das Maximum des Verlustes bei B = 4500 c. g. s. mit q_{max} = 8425 erg. Sie kommt dadurch der Kurve von Beatty (5) nahe, deren Werte J = 332 (B rd. 4000 c. g. s.) und q_{max} = 10060 erg. sind.

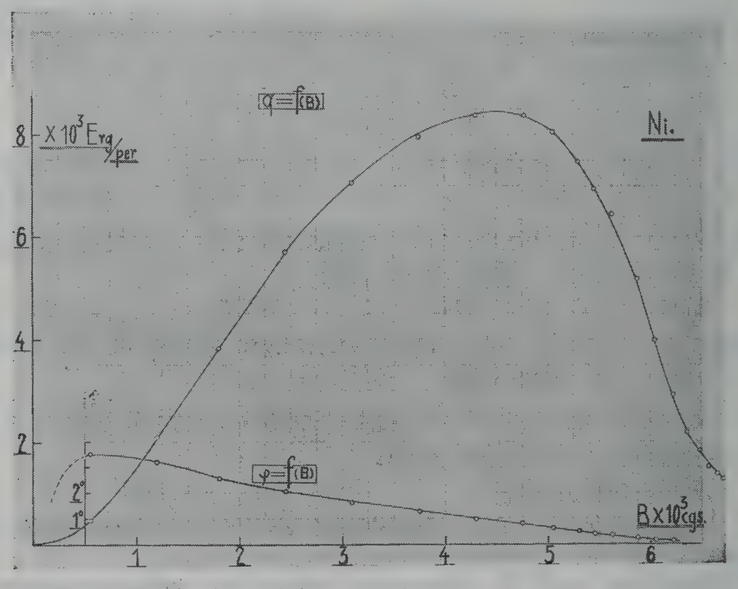


Fig. 16. Verlustkurve für Nickel.

Dagegen zeigt die Kurve von Weiß und Planer (6) q_{max} = 17100 erg bei I = 310 c. g. s. Beide Autoren haben nach der Baily'schen (Drehmoment) Methode gearbeitet und keine Berechnung der Winkelgrößen versucht. —

Um für die Untersuchung über die 3 Eisenkohlenstofflegierungen zunächst einen Überblick zu gewinnen, wurden aus Pd 4, Pd 8 und Pd 13 jeweils 3 Scheiben verfertigt, mit den Dicken rd 1, 2 und 3 mm und dem Durchmesser 19,8 mm. Es wurden dann die Verlustkurven dieser neun Scheiben ermittelt und graphisch dargestellt. Be-

merkenswert war, daß die Verlustkurven der 3 Scheiben je eines Materials, also bei verschiedenem Entmagnetisierungsfaktor, bis über das Maximum des Verlustes hinaus eine überraschend gute Übereinstimmung ergaben. Nur bei hohen Induktionen traten Abweichungen hervor. Die Kurven dieser Voruntersuchung sind hier nicht wiedergegeben. Sie zeigten, daß es richtiger ist, Scheiben ohne jedes Bohrloch zu verwenden, um die immerhin unsichere Luftlinienkorrektion zu vermeiden.

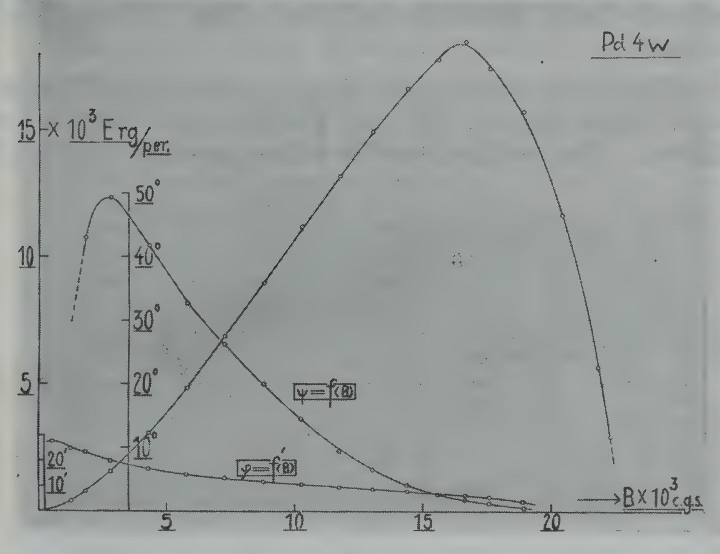


Fig. 17.

Es wurde also für die eigentliche Materialuntersuchung von jeder der Proben je eine Scheibe angefertigt, von den unten angegebenen Dimensionen. Auch wurden für die genaue Ermittlung der statischen Magnetisierungskurven langgestreckte Ellipsoide gedreht.

Um nun den Einfluß der mechanischen Vorbehandlung zu eliminieren, wurden Scheiben und Ellipsoide gleichzeitig im elektrischen Ofen bei 950° unter Wasserstoffstrom getempert. Diese Temperatur wurde $1^1/_2$ Stunden innegehalten. Dann wurden die Proben im Verlauf einer weiteren Viertelstunde gleichförmig bis 600° abgekühlt und dann in Wasser von 15° abgeschreckt. Die so vorbehandelten Proben waren nun fertig für die magnetische Untersuchung und sind im folgenden mit Pd 4 w; Pd 8 w und Pd 13 w bezeichnet. Ihr Volumen wurde zur Kontrolle durch Wasserwägung bestimmt.

Übersicht über die Proben

Bezeichnung	Durchmesser	Dicke	Entm. Faktor	Zusammensetzung
Pd 4 w	19,80 mm	1,47 mm	0,668	0,41 % C 0,11 % Si 0,14 % Mn
Pd 8 w	19,60 „	1,51 „	0,692	0,75 % C 0,11 % Si 0,14 % Mn
Pd 13 w	19,80 „	1,44 „	0,655	1,29 % C 0,11 % Si 0,14 % Mn

Die Ellipsoide waren für die Verwendung im Simonschen Magnetometer angefertigt und hatten für alle 3 Materialien die gleichen Dimensionen: Große Achse 6,00 cm; Kleine Achse 0,30 cm, demnach P = 0,0848.

Nachdem die magnetischen Untersuchungen an den weichen Materialien ausgeführt waren, wurden dieselben Scheiben und Ellipsoide einer gemeinsamen 2. Temperung bei 960° im elektrischen Ofen unter Wasser-

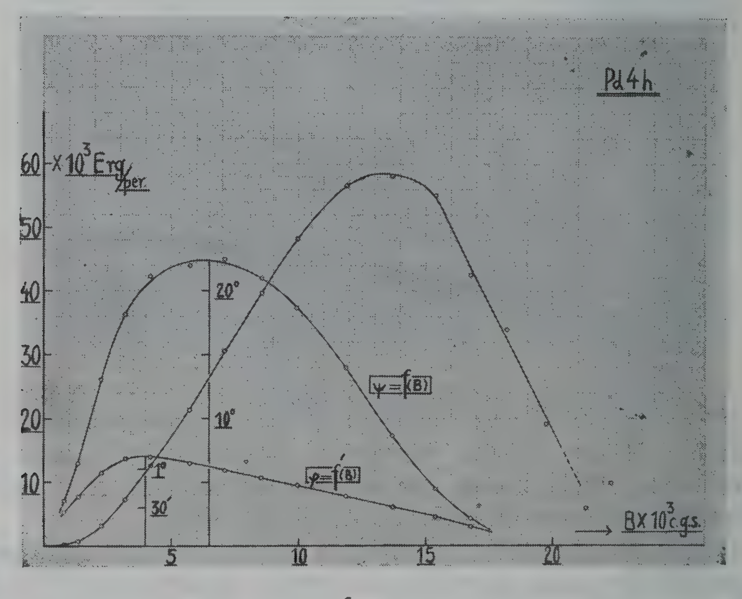


Fig. 18.

stoffstrom 2½ Stunden lang unterzogen. Sodann wurden sie von dieser hohen Temperatur in Wasser von 15° abgeschreckt. Die Dimensionen der Scheiben hatten sich nach der Temperung nicht merklich geändert, es gilt also die gleiche Übersicht wie oben. Das so erhaltene magnetisch harte Material ist im folgenden mit Pd 4 h, Pd 8 h und Pd 13 h bezeichnet.

In einer einfachen Magnetometeranordnung (die Spulen des Simonschen Magnetometers waren für die Aufnahme der Scheiben zu

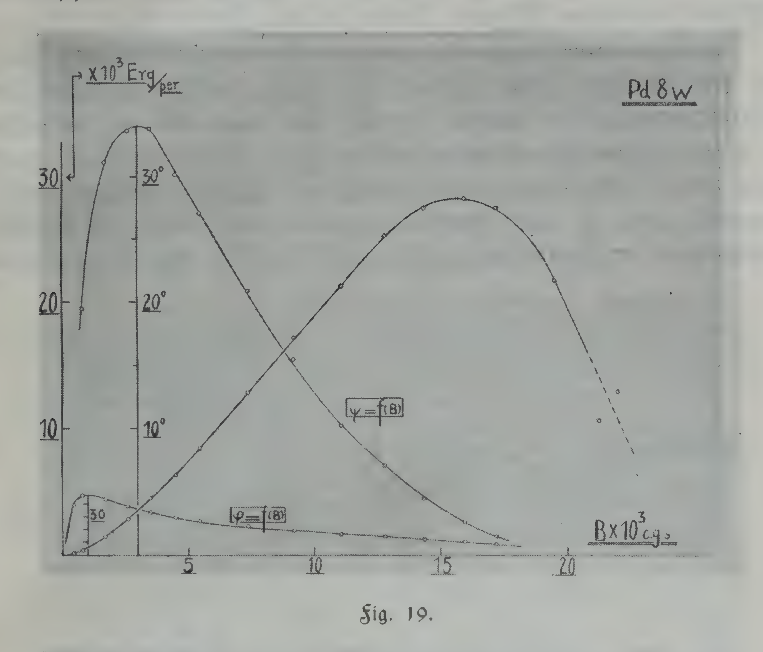


Fig. 19.

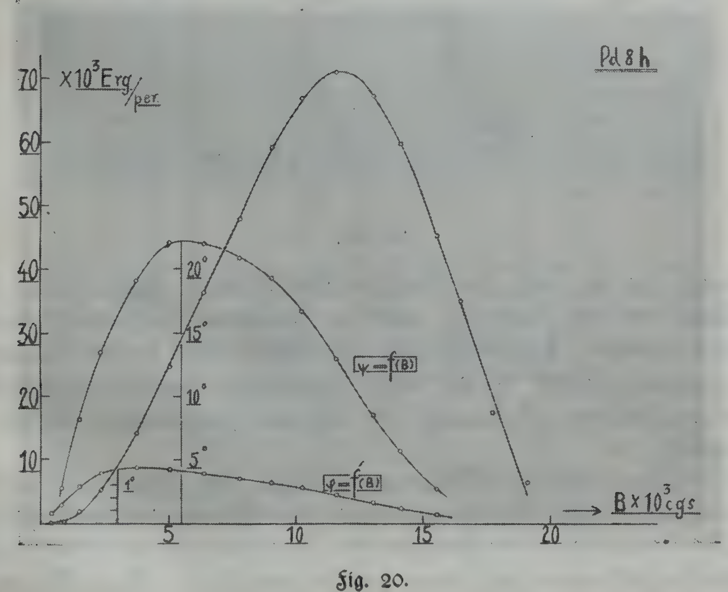


Fig. 20.

eng) wurde jeweils die Koerzitivkraft der Scheiben nach der ersten und zweiten Temperung bestimmt. Die Abweichungen von den für die Ellipsoide gefundenen Werten blieben für alle Proben unter 5 %.

Die Temperung brachte den weiteren Vorteil, daß für die Ermittlung der statischen Hysteresiskurve von einem völlig unmagnetischen Material ausgegangen werden konnte. So wurde mit der Aufnahme der jungfräulichen Kurve begonnen, die ganze Hysteresisschleife durchlaufen und in der Kommutierungskurve der Nullpunkt wieder erreicht. Theoretisch wäre es nun vorzuziehen gewesen, die Werte der Kommutierungskurve der Auswertung (Formel (1) und (2) in § 2) zu Grunde

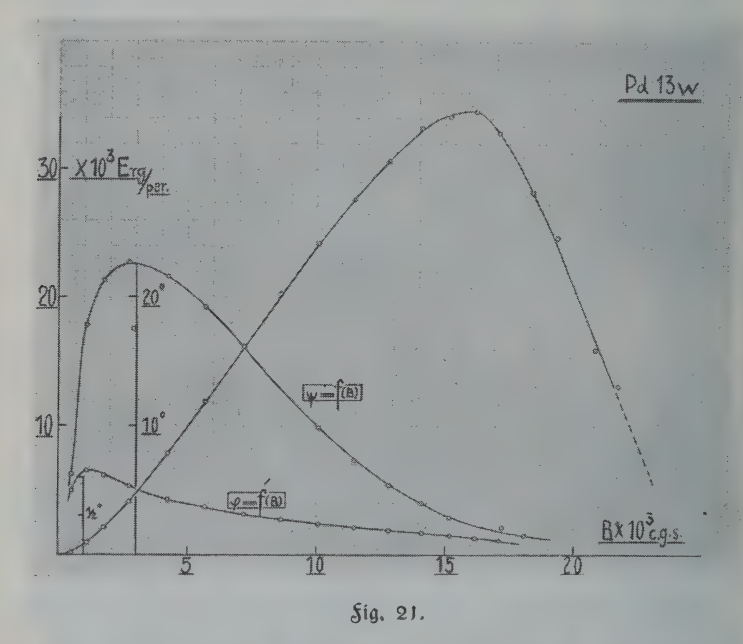


Fig. 21.

zu legen, da ja auch die Versuche über drehende Hysteresis in Abhängigkeit von der Induktion nach der Kommutierungsmethode vorgenommen wurden. In Hinsicht auf die Schwierigkeit in der Aufnahme der genannten Kurve ist es jedoch vorgezogen worden, die nur sehr wenig verschiedene, aber exakt zu messende jungfräuliche Kurve zu verwenden.

Die Ergebnisse der Messungen sind in den Figuren 16 bis 22 dargestellt und in den Tabellen 6 bis 12 des Anhangs zusammengefaßt.

Die Verlustkurven in Funktion der Induktion zeigen bei allen drei Eisenkohlenstofflegierungen einen gemeinsamen Zug. Das Maximum

Übersicht über die Ergebnisse der Materialuntersuchung.

Material	C-Gehalt	q_{max}	$B_{q_{max}}$	ψ_{max}	$B(\psi_{max})$	φ_{max}	$B(\varphi_{max})$	μ_{max}	$B(\mu_{max})$	H_c	Remanenz in c.g.s
Pd 4 w	0,45 %	18300 erg	16500 cgs	49° 20'	2750 cgs	27'	500 cgs	2030	3700 cgs	3,0 cgs	9000
Pd 4 h		58200 „	13400 „	22° 25'	6300 „	1° 10'	4000 „	332	9500 „	24,8 „	11000
Pd 8 w	0,76 %	28250 „	15750 „	34°	3100 „	47'	1000 „	810	5200 „	6,4 „	8400
Pd 8 h		71100 „	11750 „	22° 12'	5500 „	1° 27'	4000 „	230	8800 „	34 „	10500
Pd 13 w	1,28 %	34550 „	16000 „	22° 40'	2800 „	1° 5'	1250 „	455	6000 „	9,0 „	7650
Pd 13 h		78100 „	10800 „	21° 10'	6000 „	1° 57'	4300 „	151	8200 „	44 „	8400

des Verlustes verschiebt sich nach geringeren Induktionen, je magnetisch härter das Material, je größer der Hysteresisverlust ist. Dies gilt besonders für den Vergleich der magnetisch harten Proben Pd 4 h, Pd 8 h und Pd 13 h untereinander, und steht in guter Übereinstimmung mit den Verlustkurven, wie sie Baily (5) nach der Drehmomentmethode ermittelt hat.

Die Kurven, die den Verlauf des Winkels φ zwischen der Richtung des äußeren Feldes H_0 und dem Induktionsvektor B als Funktion der Induktion angeben, sind jeweils auf dem gleichen Blatt wie die Verlustkurven dargestellt. Dieser Winkel φ, der vom Entmagnetisierungsfaktor abhängig ist, nimmt bei kleinen Induktionen einen Höchstwert an.

Der für das Material unabhängig vom Entmagnetisierungsfaktor allein charakteristische Winkel ist die Größe ψ, die als Funktion der Induktion angegeben ist. Während der Höchstwert dieses Winkels

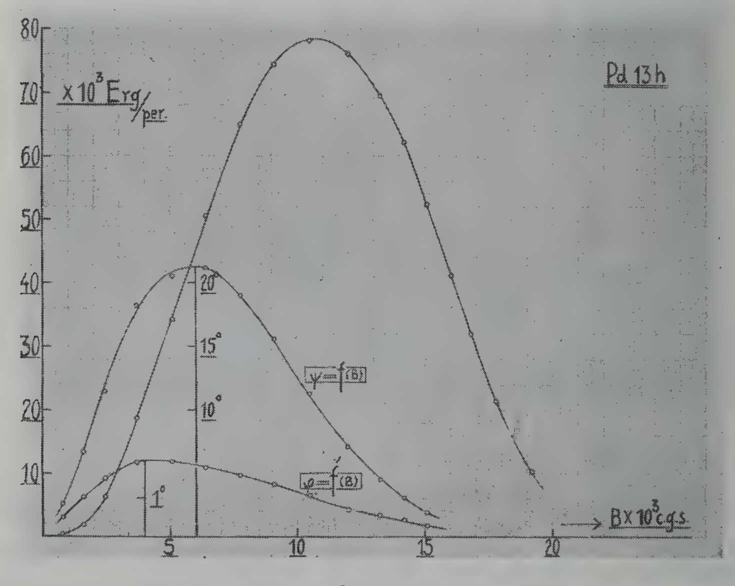


Fig. 22.

für die magnetisch weichen Proben in der Reihenfolge ihres Kohlenstoffgehaltes, ihres maximalen Hysteresisverlustes und ihrer Koerzitivkraft von 49⁰ 20' auf 34⁰ 12' und 22⁰ 40' abnimmt, hat er für die magnetisch harten Proben fast denselben Wert. Bei den letzteren liegt der Wert der Induktion, bei der der Höchstwert des Winkels eintritt, höher als bei den weichen Proben. Dasselbe gilt für den Induktions-

wert, bei dem die maximale Permeabilität eintritt, auch er liegt bei den harten Proben höher.

Die Messungen zeigen, daß sich der Verlauf des Winkels ψ zwischen wahrem Feld und Induktion, dargestellt als Funktion der letzteren, schlecht zur Kennzeichnung der Eigenschaften eines magnetischen Materials eignet. Der Grund liegt darin, daß in die Bestimmung dieses Winkels eingehen einmal der Verlust durch drehende Ummagnetisierung und dann die Magnetisierungskurve (H B Charakteristik) des Materials, zwei Größen, für die ein einfacher funktionaler Zusammenhang mit der Induktion noch nicht bekannt ist und auch wohl nicht besteht.

III. Schlußteil.

§ 11. In der vorliegenden Arbeit ist bisher nicht versucht worden, eine Erklärung für das abweichende Resultat der Arbeit von Herrmann (7) zu geben. Er untersuchte einen ganz ähnlichen, unterteilten Probekörper, wie Baily, Schenkel, Weiß und Planer u. a. m. Bemerkenswert ist, daß alle genannten Autoren bei etwa 50 per/sec. ihre Messungen anstellten.

Auerbach (8) meint zu der Divergenz der Resultate, daß e i n Umstand mehr für das Umbiegen der Verlustkurve bei mittelhohen Induktionen spricht, nämlich die Tatsache, daß alle Fehler durch ungenügend eliminierte Wirbelströme nach der Seite des weiteren Ansteigens der Kurve wirken. Eine Entscheidung wäre vielleicht einer Untersuchung vorbehalten, bei der diese Fehlerquelle systematisch beseitigt oder verfolgt wird.

Nun ist die von Gans und Loyarte angegebene galvanometrische Methode der Verlustmessung unter allen die einzigste, die bei so niedrigen Frequenzen angewandt wird, daß der Einfluß der Wirbelströme sich nicht bemerkbar machen kann. Insbesondere ist in der vorliegenden Arbeit genau das Einsetzen der auf Wirbelströme zurückzuführenden Erscheinungen an Verlustkurven in Funktion der Frequenz bei konstanter Induktion studiert worden. Die Messungen wurden nach Kenntnis der Verhältnisse bei einer Frequenz vorgenommen, wo sie ohne Zweifel nur rein magnetische Größen ermitteln. Es dürfte also dieser Punkt der Auerbach'schen Forderung befriedigt sein.

Besprechung der Literatur.

In diesem Zusammenhange seien aus der früheren Literatur noch die Arbeiten von Martens (9) und Vallauri (10) angeführt, und zwar, weil sie die einzigen sind, in denen die gegenseitige Lage der Vektoren H_0 und B studiert ist. Martens untersuchte im Erdfeld rotierende sehr dünne Scheiben, deren Induktion natürlich recht gering war, magnetometrisch. Er ermittelte den Winkel zwischen Induktionsvektor und äußerem Feld, den er zu einigen Graden bestimmte. Er fand ihn unabhängig von der Umdrehungszahl im Bereich von 2,5—200 Umdrehungen pro Sekunde. Auch gibt er an, daß der Induktionsvektor bei Drehung kleiner ist, als in der Ruhelage, ein Resultat, das mit der galvanometrischen Methode im Widerspruch steht, wenn auch die Versuchsbedingungen, insbesondere der Induktionsbereich, wenig vergleichbar sind. Den Winkel zwischen Induktion und wahrem Feld bestimmt er nicht.

Diese Untersuchung macht Vallauri. Er benutzt die gleiche Verlustformel wie Gans, $q = \frac{H \cdot B \cdot \sin \psi}{2}$. Hierin ist der Verlust q nach der Baily'schen Drehmomentmethode bestimmt, die Permeabilität ist ihm bekannt, als Winkel ψ faßt er aber irrtümlich den Winkel auf, der zwischen äußerer Feldstärke und Induktion besteht. Er ermittelt ihn experimentell und rechnerisch und findet einen maximalen Wert von 40^0, dessen Größe durchaus von dem von uns zu erwartenden abweicht.

Die jüngste Arbeit über den Gegenstand ist die von Lewi Tonks (11). Auch hier hängen, wie bei Baily, die untersuchten sehr dünnen Eisenscheiben (10^{-3} cm) an Drähten, deren Torsion ein Maß für den Verlust ist. Die Probescheibe befindet sich in einem hochfrequenten Drehfelde, das dadurch erzeugt wird, daß zwei gekreuzte Spulen von hochfrequenten Strömen durchflossen werden, die um 90^0 phasenverschoben sind. Schwingungserzeuger ist eine Senderöhre. Leider studiert der Autor nicht die Änderung des absoluten Betrages des Induktionsvektors bei der Drehung, die gerade hier recht interessant gewesen wäre, und jedenfalls für seine spätere Betrachtung über die Permeabilität von großer Wichtigkeit ist. Es ist nur der Induktionsbereich bis etwa 7000 c. g. s. untersucht. Die Ergebnisse sind: Die Suszeptibilität nimmt mit zunehmender Frequenz ab. Der Winkel zwischen Intensität der Magnetisierung (J) und wahrem Feld nahm mit zunehmendem J zu bis zu einem Maximum, das für höhere Frequenzen höher lag. Der maximale Winkel war etwa 40^0, der entsprechende

Wert von J 5—600 c. g. s. Der Hysteresisverlust nahm bei konstantem J mit zunehmender Frequenz rasch zu. Die Suszeptibilität nahm mit der Frequenz bei konstantem J ab.

Daß die Baily'sche Methode der Verlustuntersuchung bei drehender Hysteresis auch für die Materialuntersuchung von Bedeutung werden kann, zeigen Sanford und Fischer (12). Sie untersuchten Stahlringe und finden, daß der Wert des Hysteresisdrehmomentes als Merkmal für die mechanische Härte des Materials genommen werden kann; weiche Stellen oder gar Brüche in den geprüften Kugellagerringen lassen das Drehmoment innerhalb weiter Grenzen während einer Umdrehung schwanken und können so ermittelt werden.

Leider konnte in der vorliegenden Arbeit das Verhalten der Permeabilität bei drehender Magnetisierung nicht untersucht werden, wegen des hohen Entmagnetisierungsfaktors des Materials, sowie der nicht vollständigen Untersuchungen über die Größenänderung von B. Das Studium dieser Frage wäre im Zusammenhang mit der Arbeit von Lewi Tonks recht interessant gewesen. Eine Klärung ist möglich, wenn die Messungen bei einem so homogenen Material wie Pd 13, das in abgeplatteter Ellipsoidform ohne Durchbohrung mit kleinem Entmagnetisierungsfaktor vorliegt, bei parallel und senkrecht stehenden Rahmen durchgeführt werden. Die nach ihrer Größe und Richtung ermittelten Vektoren, die in dem Vektordreieck zusammengestellt werden, erlauben dann die Frage zu beantworten.

Zusammenstellung der Ergebnisse.

1. Gans und Loyarte haben ein galvanometrisches Verfahren der Verlustmessung bei drehender Hysteresis angegeben und erstmalig bei einer bestimmten Eisenprobe (Remy-Stahl) in Abhängigkeit von der Induktion den Winkel φ bestimmt, den der Vektor der Induktion und der des wahren Feldes miteinander einschließen. Sie haben jedoch den Einfluß der Frequenz auf diese Methode nicht weiter untersucht. Da diese Untersuchung angesichts der Streitfrage über den Verlauf der Verlustkurve für drehende Hysteresis von Interesse ist, so wird sie in der vorliegenden Arbeit im Frequenzbereiche von 0,0008 bis 5 per/sec. ausgeführt. Bei Verwendung eines ballistischen Galvanometers von etwa 14 sec. Schwingungsdauer im aperiodischen Grenzzustand gibt die Methode einwandfreie Werte bei etwa 0,2 per/sec. Bei Frequenzen, die darunter liegen, verläuft der magnetische Vorgang, der zur Berechnung der Verlustkurve führt, nicht in der kurzen Zeit, für die

das ballistische Galvanometer richtige Werte anzeigt. Bei Frequenzen über 0,2 per/sec. beginnt der Einfluß der Wirbelströme bemerkbar zu werden.

2. Der Einfluß der Wirbelströme wird an Messungen in Funktion der Frequenz bei konstanter Induktion im ganzen Frequenzbereich geprüft. Er wird qualitativ dahin erklärt, daß der magnetische Vektor der Wirbelströme zusammen mit dem Induktionsvektor einen resultierenden Vektor ergibt, der im Sinne der Scheibendrehung um einen gewissen Betrag weiter als der Induktionsvektor gedreht ist. Dieser Betrag ist umso größer, je größer die Frequenz ist. Die Überlegungen werden dadurch bestätigt, daß Messungen mit senkrecht zum äußeren Feld stehenden Prüfrahmen eine geringere Frequenzabhängigkeit zeigen als solche mit parallel zum äußeren Felde stehenden Prüfrahmen.

3. Die Messungen über den Einfluß der Wirbelströme erlaubten mit Sicherheit die Frequenz festzulegen, bei der nur der reine Hysteresisverlust gemessen wird. Bei dieser Frequenz (von 0,2 per/sec.) wird der Verlauf des Winkels ψ für 3 Eisenkohlenstofflegierungen bestimmt. Durch geeignete Temperung wird erreicht, daß diese einmal als magnetisch weiches und dann als magnetisch hartes Material untersucht werden können. Die Messungen der drehenden Ummagnetisierung zusammen mit den magnetometrischen Messungen an langgestreckten Ellipsoiden desselben Materials ergaben durch Rechnung den Verlauf des Winkels ψ zwischen wahrem Feld und Induktion als Funktion der letzteren.

4. Es zeigt sich, daß bei den 3 magnetisch weichen Proben der Höchstwert des Winkels ψ mit zunehmendem maximalem Hysteresisverlust und zunehmender Koerzitivkraft abnimmt. Dagegen ist bei den 3 magnetisch harten Proben der Höchstwert dieses Winkels trotz großer Unterschiede in der Koerzitivkraft fast derselbe. Die Messungen zeigen also, daß zwar der Verlauf der Funktion $\psi = f(B)$ von Zusammensetzung und Vorbehandlung des Materials abhängt, die Beziehung aber offenbar keine einfache ist.

Anhang.

Übersicht über die Tabellen.

Tabelle 1.
Der Ablenkungsversuch bei Frequenzen unter 0,2 per/sec.

v	α	$\alpha_{0,2\ per}/\alpha_{xper}$	τ in sec.	q
0,000 834	11,35	4,58	11	
0,001 044	13,62	3,82	10,3	
0,001 254	15,58	3,34	9,7	
0,001 498	16,70	3,12	9,4	
0,001 725	18,38	2,83	8,6	
0,001 987	20,35	2,56	7,5	
0,002 628	23,17	2,25	7,17	
0,00 328	25,45	2,03	6,4	
0,003 845	27,16	1,92	5,95	
0,004 405	28,20	1,85	5,47	
0,00 509	30,22	1,72	5,45	
0,00 611	32,13	1,62	4,92	
0,00 736	33,37	1,56	4,5	
0,00 875	36,82	1,41	4,45	
0,01 013	37,45	1,39	4,45	
0,0202	41,87	1,24	3,42	
0,0311	44,32	1,17	2,9	
0,0484	45,92	1,13	2,8	15 330
0,106	50,7	1,03	2,43	16 960
0,1982	52,1	1,00	2,35	17 410
0,2935	51,97	1,00	2,35	17 390
0,3586	52,12	0,99	2,35	17 410
0,474	52,78	0,98	2,30	17 630
0,598	52,88	0,98	2,35	17 700

Bemerkung: Die Werte sind dargestellt in der Fig. 5 des § 5. Der konstante Ausschlag ist mit 52,0 Sk.T. bei 0,2 per/sec. graphisch interpoliert. Die Werte unter q bezeichnen den rechnerisch sich ergebenden Hysteresisverlust. Die Messungen sind an der Scheibe Pd 13 angestellt.

Tabelle 2. Das Ablenkungsexperiment als Funktion der Frequenz bei konstanter Induktion. (Im Auszug.)

$i = 6{,}25$ Amp. $B = 22180$ $H_0 = 3625$

v	0,00251	0,00485	0,00828	0,01586	0,02458	0,03442	0,046	0,055	0,0951	0,2032	0,3010	0,3892	0,5000	0,6100	0,6930	0,803	0,886
α	14,2	19,05	21,92	24,52	25,87	26,70	27,32	26,77	28,20	27,62	28,50	28,57	29,22	29,95	30,40	30,82	31,40
By	2,987	4,01	4,61	5,16	5,44	5,61	5,74	5,13	5,93	5,81	5,99	6,00	6,15	6,30	6,39	6,48	6,61
q										11600	11970	11980	12280	12580	12770	12950	13200

$i = 2{,}95$ Amp. $B = 17770$ $H_0 = 1850$

v	0,002803	0,005365	0,00825	0,01490	0,02693	0,03725	0,0486	0,0998	0,1992	0,306	0,400	0,510	0,608	0,689	0,803	0,899
α/2	24,07	34,37	40,57	49,07	55,95	57,90	59,38	62,25	62,80	63,52	63,87	63,88	64,15	64,42	64,87	65,05
By	11,17	15,93	18,82	22,77	25,95	26,86	27,53	28,87	29,15	29,50	29,65	29,65	29,75	29,90	30,10	30,20
q								29400	29700	30050	30200	30200	30300	30450	30670	30750

Die vorstehende Messung bei B = 17770 c. g. s. ist die *einzige* mit einem Galvanometer geringerer Schwingungsdauer ($2\,T_0 = 10{,}2$ sec.) gemachte.

Die nachfolgende wie *alle* übrigen Messungen sind mit einem Galvanometer von $2\,T_0 = 13{,}8$ sec. unternommen.

$i = 2{,}95$ Amp $B = 17770$ $H_0 = 1850$

v	0,002024	0,00733	0,01408	0,02434	0,03382	0,04515	0,0991	0,2018	0,2987	0,3930	0,504	0,606	0,681	0,778	0,858
α	54,85	96,80	115,67	128,17	132,98	135,87	141,0	142,5	143,65	144,2	144,92	145,62	146,37	146,67	147,47
By	11,20	19,77	23,60	26,16	27,15	27,73	28,80	29,10	29,33	29,45	29,60	29,70	29,88	29,93	30,10
q							29330	29620	29850	30000	30150	30250	30450	30450	30650

$i = 1{,}65$ Amp. $B = 11300$ $H_0 = 1030$

v	0,002478	0,00352	0,00557	0,00934	0,02038	0,02968	0,03930	00,500	0,0995	0,2024	0,2925	0,406	0,496	0,591	0,703	0,785	0,900
a	54,92	70,40	87,9	109,52	140,17	151,22	158,50	164,75	177,47	185,22	186,50	187,65	186,82	187,8	188,25	189,0	189,82
By	11,30	14,50	18,07	22,50	28,75	31,00	32,50	33,75	36,40	37,98	38,21	38,45	38,28	38,47	38,60	38,72	38,90
q									20630	21530	21650	21800	21720	21820	21900	21950	22070

$i = 0{,}60$ Amp. $B = 4100$ $H_0 = 375$

v	0,00261	0,003686	0,00558	0,009575	0,0203	0,03025	0,0412	0,0494	0,0995	0,1965	0,299	0,3938	0,500	0,504	0,676	0,803	0,871	0,936
a	26,10	33,15	42,45	57,12	79,90	91,92	99,05	103,03	114,87	120,9	122,52	122,42	121,95	121,70	121,52	121,80	122,1	122,25
By	5,38	6,83	8,75	11,78	16,50	18,83	20,40	21,15	23,60	24,83	25,15	25,14	25,03	25,00	24,95	25,02	25,07	25,10
q									4870	5130	5190	5190	5160	5155	5155	5160	5180	5182

Tabelle 3.

Das Ablenkungsexperiment im Frequenzbereich bis 5 per/sec.

i=0,90 Amp. B=6150 H_0=560

$\overline{v}$	0,0507	0,1033	0,1667	0,1932	0,3565	0,4820	0,686	0,859	1,047	1,461	1,943	2,262	3,035	3,562	3,985	4,540	4,980	per/sec,
α	126,15	138,41	143,88	144,71	146,55	146,58	145,99	146,58	147,27	148,17	149,3	150,05	151,92	153,07	154,01	155,5	156,5	
By	26,15	28,65	29,73	29,90	30,30	30,30	30,20	30,30	30,42	30,60	30,85	31,06	31,35	31,60	31,75	32,06	32,28	c. g. s.
q	8060	8830	9160	9220	9340	9340	9315	9340	9390	9440	9510	9580	9670	9750	9790	9890	9960	erg.

i=2,35 Amp. B=15350 H_0=1470

$\overline{v}$	0,0489	0,1003	0,1565	0,1889	0,3845	0,584	0,806	0,977	1,597	1,858	2,473	3,003	3,49	3,905	4,51	5,115	per/sec.
α .	164,01	172,5	174,6	175,1	176,26	177,74	179,1	180,2	183,9	184,35	189,6	191,25	194,11	196,64	200,1	203,85	
By	33,75	35,45	35,9	36,03	36,36	36,52	36,82	37,04	37,8	37,93	39,00	39,33	39,95	40,40	41,2	41,9	c. g. s.
q	27350	28750	29100	29200	29400	29600	29860	30020	30650	30750	31600	31870	32380	32750	33400	33950	erg.
φ		7,94'	8,04'	8,06'	8,12'	8,14'	8,25'	8,29'	8,46'	8,51'	8,72'	8,80'	8,94'	9,05'	9,23'	9,38'	

i=4,85 Amp. B=21130 H_0=2945

$\overline{v}$	0,1982	0,2935	0,3586	0,474	0,598	0,681	0,801	0,889	0,966	1,002	1,243	1,426	1,735	1,925	2,538	2,940	3,455	4,04	4,53	5,07
α	52,1	51,97	52,12	52,78	52,88	53,03	53,68	53,75	53,93	53,80	54,76	55,70	57,45	58,53	62,23	64,35	67,33	70,82	73,63	76,6
By	10,74	10,72	10,74	10,88	10,91	10,94	11,08	11,10	11,12	11,10	11,28	11,50	11,84	12,08	12,83	13,27	13,90	14,53	15,23	15,84
q	17410	17390	17410	17630	17700	17750	17960	17980	18020	17980	18300	18630	19200	19580	20800	21500	22530	23530	24700	25670

Tabelle 4 (B_x — B) und By-Messung.

i = 0,90 Amp. B = 6150 H_0 = 560 B_x — B-Messung

v per sec	0,0575	0,1121	0,2362	0,395	0,611	0,976	2,035	2,51	3,042	3,51	4,21	4,62
α	51,9	55,3	54,7	54,65	54,5	54,9	55,3	54,9	55,7	55,3	56,5	56,5

Tabelle 5 Die Feldeichung.

$\mathfrak{J}$	0,35	0,60	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00	7,50	Amp.
H_0	217	376	630	949	1257	1568	1877	2178	2460	2755	3026	3300	3507	4070	c. g. s.

Tabelle 6 Die Nickelscheibe.

$\mathfrak{J}$	1,40	1,30	1,20	1,10	1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05
By	2,76	3,17	$3,78_5$	5,09	6,71	9,95	15,37	22,86	33,27	39,4	46,55	55,4	65,15	74,4	83,2	88,9	88,6	81,1	66,9	33,55
H_0	883	820	755	690	630	565	500	437	375	340	310	280	248	217	184	153	122	90	60	28
q	1265	1350	1485	1823	2195	2920	3987	5180	6465	6950	7490	8050	8385	8385	7950	7055	5610	3790	2083	488
B	6700	6650	6570	6480	6360	6230	6060	5860	5620	5460	5290	5050	4750	4300	3750	3100	2450	1810	1190	550
φ	1,4'	1,6'	2,0'	2,7'	3,6'	5,5'	8,7'	13,4'	20,4'	24,8'	30,2'	37,8'	47,2'	59,5'	1^0 16,3'	1^0 38,6'	2^0 4,3'	2^0 34'	3^0 13,2'	3^0 32,2'

Tabelle 7 Das Material Pd 4 w.

Jungfräuliche Kurve, gemessen am Ellipsoid.

B	780	1598	2050	2354	3222	4442	5233	6714	8075	9407	12535	14448	16877	19080
H	1,10	1,22	1,30	1,36	1,60	2,25	2,71	3,80	5,08	7,0	17,3	32,9	77,0	180,5
μ	708	1310	1580	1730	2010	1995	1930	1768	1590	1343	725	440	219	106

Koerzitivkraft = 3,0 c. g. s. Remanenz = 9000 μ_{max} = 2030 B(μ_{max}) = 3700 c. g. s.

Drehhysteresisversuch.

$\mathfrak{J}$	4,50	3,50	2,60	2,20	1,95	1,80	1,65	1,50	1,35	1,20	1,05	0.90	0.75	0.60	0.45	0.30	0.20	0.14	?	Amp.
By	2,00	4,90	13,52	21,52	26,8	30,77	32,20	33,10	33,20	32,95	32,10	30,05	27.62	24.50	20.77	16.14	12.17	9.06	4.06	c. g. s.
H_0	2755	2175	1630	1380	1227	1133	1040	950	852	757	660	564	470	372	280	183	122	83		c. g. s.
q	2915	5630	11630	15670	17360	18400	17700	16600	14930	13150	11170	8950	6850	4810	3067	1560	784	397		erg.
B	22300	21800	20430	18900	17600	16650	15600	14400	13050	11750	10280	8800	7280	5800	4300	2800	1810	1250	510	c. g. s.
H				170	96,7	69,4	48,7	32,4	20,4	13,3	8,55	5.94	4.28	3.08	2.15	1.47	1.27	0.82		c. g. s.
Ψ				33,7'	1° 10'	1° 50'	2° 40'	4° 5'	6° 27'	9° 41'	14°42'	20°0'	26°10'	32°40'	41° 40'	49° 20'	43° 0'			
ψ				3,9'	5,2'	6,3'	7,1'	7,9'	8,8'	9,6'	10,7'	11,7'	13.0'	14.5'	16.6'	19.8'	23.1'	24.8'	27.4'	
$\delta/\alpha \cdot 100$	45,5	35,8	8,4	5,3	3,8	4,4	3,4	3,4	3,4	3,5	2,6	2.4	1,8	2.2	1.4	1.5	1.8	2.2	5.6	

Tabelle 8 Das Material Pd 4 h.

Jungfräuliche Kurve, gemessen am Ellipsoid.

B	48.2	1329	2478	3876	5294	6325	8000	9438	10934	12354	13882	15320	16458	17584
H	4.77	9.30	12.77	16.38	18.98	21.25	24.75	28.30	33.9	43.55	52.0	90.2	128.3	184.7
μ	10.1	143	194	237	279	298	323	333	323	284	267	170	128	95

Koerzitivkraft = 24,8 c. g. s. Remanenz = 11000 μ_{max} = 335 B(μ_{max}) = 9500

Drehhysteresisversuch.

$\mathfrak{J}$	4.25	3.25	2.50	2.10	1.85	1.65	1.45	1.25	1.05	0.90	0.75	0.60	0.45	0.35	0.25	0.15	0.09	Amp.
By	7.16	5.41	23 2	48.9	73.4	100.2	119.8	136.1	138.7	133.0	123.2	108.3	85.6	63.5	38 5	15.2	6.1	c. g. s.
H_0	2610	2023	1570	1319	1164	1040	918	788	660	565	470	374	280	217	153	90	53	c. g. s.
q	9860	5775	19200	34000	45200	55100	58100	56600	48250	39620	30550	21350	12650	7270	3110	723	171	erg.
B	22300	21300	19730	18200	16780	15400	13700	11900	9980	8550	7100	5720	4200	3200	2250	1350	800	c. g. s.
H					142	92.2	56.1	39.1	30.1	25.9	22.5	19.9	16.7	14.5	12.2	9.4	6.8	c. g. s.
Ψ					2° 10'	4° 28'	8° 40'	14° 0'	18° 40'	21° –	22° 30'	22° –	21° 10'	18° 10'	13° 2'	6° 31'	3° 35'	
ψ					15.0'	22.4'	30.0'	39.2'	47.8'	53.4	59.6	1° 5'	1° 10'	1° 8.2'	58.7'	38.7'	26.2'	
$\delta/\alpha \cdot 100$	60.0	75,0	16,6	7,0	4,3	2,9	2.1	1.5	0.7	0.8	0.7	0.8	1.1	1.1	2.6	12.0	28.0	

Tabelle 9 Das Material Pd 8 w.

Jungfräuliche Kurve, gemessen am Ellipsoid.

B	1085	2394	3740	5056	6328	7470	8572	9824	10650	12126	13205	14247	15324	16511	17955	18380
H	2,71	3,88	4,80	6,35	7,95	10,05	12,3	14,2	19,5	25,8	35,5	46,9	64,1	90,6	154,4	179
μ	400	617	780	797	796	743	697	691	546	471	372	304	239	182	116	102

Koerzitivkraft = 6,4 c. g. s. Remanenz = 8400 μ_{max} = 810 $B(\mu_{max})$ = 5200 c. g. s.

Drehhysteresisversuch.

ℑ	4,50	3,50	2,50	2,00	1,80	1,60	1,40	1,20	1,00	0,80	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	Amp.
By	8,88	9,23	26,2	41,3	47,1	51,4	54,1	53,1	51,6	48,5	42,6	38,7	34,4	29,0	21,85	10,9	5,44	c. g. s.
H_0	2755	2175	1570	1257	1133	1008	883	756	630	500	373	310	248	184	122	60	30	c. g. s.
q	12930	10610	21730	27420	28250	27420	25230	21222	17200	12810	8410	6340	4510	2822	1410	346	86	erg.
B	21980	21230	19500	17200	15960	14350	12800	11080	9200	7380	5470	4500	3500	2600	1700	800	470	c. g. s.
H				117,7	77,8	48,1	32,0	21,6	13,97	9,72	6,78	5,61	4,62	3,91	3,20	2,58		c. g. s.
ψ				1° 33'	2° 36'	4° 33'	7° 6'	10° 14'	15° 31'	20° 50'	27° –	30° 10'	33° 50'	33° 40'	31° 10'	19° 30'		
φ				8,2'	10,1'	12,3'	14,5'	16,4'	19,3'	22,6'	26,7'	29,5	33,8'	38,4'	44,1'	47,0'	39,8'	
δ/α · 100	9,9	5,9	2,5	1,1	1,8	1,6	1,2	1,2	1,1	0,9	0,8	0,8	0,8	0,9	1,3	2,5	4,0	-

Tabelle 10 Das Material Pd 8 h

Jungfräuliche Kurve, gemessen am Ellipsoid.

B	139	378	1055	1990	2935	4018	5026	6090	7082	8115	9020	10000	11785	13100	14245	15625	16270	16875	17085
H	4,1	7,45	12,95	16,7	20,3	23,6	26,25	29,6	32,4	35,6	39,4	44,2	56,3	69,2	86,8	125,9	151,8	176,9	186,4
μ	34,0	50,6	81,4	119	145	170	191	206	219	228	229	227	209	189	164	124	107	95	91,6

Koerzitivkraft = 34 c. g. s. Remanenz = 10500 c. g. s. μ_{max} = 230 $B(\mu_{max})$ = 8800 c. g. s.

Drehhysteresisversuch.

ℑ	4,00	3,00	2,50	2,10	1,80	1,60	1,40	1,20	1,05	0,90	0,75	0,60	0,45	0,30	0,20	0,10	0,05	Amp.
By	4,9	17,7	36,8	65,0	99,6	126,2	152,1	167,0	169,3	160,7	146,4	125,4	95,1	53,4	25,1	6,6	1,8	c. g. s.
H_0	2463	1878	1570	1318	1132	1008	883	757	660	565	470	373	280	183	123	60	30	c. g s.
q	6410	17530	30530	45300	59700	67300	71100	66900	59100	47900	36400	24730	14090	5170	1633	209	28,4	erg.
B	19100	17730	16480	15550	14120	13040	11600	10250	9040	7800	6400	5050	3750	2350	1500	800	ca. 400	c. g. s.
H				123,3	85,1	69,0	54,7	45,3	39,4	34,6	30,4	26,3	23,0	18,8	15,0	10,8		c. g. s.
ψ				2° 42'	5° 42'	8° 35'	13° –	16° 40'	19° 20'	20° 50'	22° 0'	22° 5'	19° 6'	13° 30'	8° 10'	2° 46'		
φ				14,4'	24,2'	33,2'	45,1'	56'	64,4'	1° 10,7'	1° 18,7'	1° 25,3'	1° 27'	1° 18'	57,5'	28,2'		
δ/α · 100	64	17,7	7,3	3,4	2,0	1,0	1,2	0,8	0,7	0,5	0,3	0,35	0,7	2,0	7,0	30.		

Tabelle 11 Das Material Pd 13 w.

Jungfräuliche Kurve, gemessen am Ellipsoid.

B	744	1957	3228	4410	7599	8974	10361	11761	13003	14027	14851	15516	16738	17126	17634	c. g. s.
H	5	6,86	8,30	10,33	18,9	23,8	30,9	41,2	53,1	66,6	81,0	96,5	137,9	155,5	184,3	c. g. s.
μ	149	285	389	427	402	377	335	286	245	210	183	161	121	110	96	

Koerzitivkraft = 9,0 c. g. s. Remanenz = 7650 μ_{max} = 455 $B(\mu_{max})$ = 6000 c. g. s.

Drehhysteresisversuch.

$\mathfrak{J}$	4,50	3,50	2,50	2,20	1,95	1,80	1,65	1,50	1,35	1,20	1,05	0,90	0,75	0,60	0,45	0,30	0,20	0,13	0,06	Amp.
By	9,07	13,9	29,9	38,9	50,8	57,8	62,3	66,4	68,3	69,6	69,7	68,3	65,4	60,1	53,0	42,3	31,9	20,9	7,2	c. g. s.
H_0	2755	2175	1570	1380	1227	1133	1040	950	852	755	660	564	470	373	280	183	122	80	33	c. g. s.
q	13160	15940	24720	28250	32820	34550	34150	33250	30670	27670	24250	20320	16200	11820	7815	4075	2047	881	126	erg.
B	21750	20850	19350	18380	17100	16200	15200	14100	12820	11500	10100	8650	7200	5700	4250	2750	1770	1100	500	c. g. s.
H					153	117	89	68	50,4	37,6	27,9	21,0	16,2	12,5	10,0	7,66	6,23	5,23	4,62	c. g. s.
ψ					1° 27'	2° 5'	2° 53'	4° 0'	5° 24'	7° 20'	9°56'	13°0'	16°10'	19° 16'	21° 36'	22° 46'	21°20'	17°50'	6°15'	
φ					10,2'	12,3'	14,1'	16,2'	18,3'	20,8'	23,7'	27,2'	31,1'	36,2'	42,9'	52,8'	1°1,8'	1°5,2'	49,7'	
$\delta/\alpha \cdot 100$	59	35	13,9	8,9	5,8	4,3	3,3	2,7	2,5	1,6	1,6	1,3	1,0	0,8	0,8	1,1	1,4	3,3	12,8	

Tabelle 12 Das Material Pd 13 h.

Jungfräuliche Kurve, gemessen am Ellipsoid.

B	1425	2768	4636	6163	7199	9150	10707	12205	13527	14308	15082	c. g. s.
H	18,7	27,7	36,4	43,1	51,0	61,4	77,0	104,9	141,6	167,9	201,6	c. g. s.
μ	76,2	100	127,5	143	141	149	139	116	95,9	85,3	74,8	

Koerzitivkraft = 44 c. g. s. Remanenz = 8400 μ_{max} = 151 $B(\mu_{max})$ = 8200

Drehhysteresisversuch.

$\mathfrak{J}$	4,25	3,25	2,75	2,40	2,05	1,80	1,60	1,40	1.20	1,05	0,90	0,75	0,60	0,45	0,30	0,20	0,10	Amp.
By	8,26	20,1	35,3	52,0	77,2	103,8	130,8	163,2	196,4	214,0	218,2	204,0	174.3	126,7	65,8	28,7	6,9	c. g. s.
H_0	2610	2023	1720	1504	1287	1133	1008	883	755	660	564	470	372	280	183	122	60	c. g. s.
q	11330	21420	32000	41200	52400	62100	69500	76000	78100	74400	65000	50600	34200	18680	6350	1840	221	erg.
B	19200	17800	16800	16020	15100	14200	13250	12000	10500	9100	7780	6400	5100	3700	2450	1600	780	c. g. s.
H					204	165	134	102	75,5	60,8	51,5	43,8	38,3	32.3	25,9	20,0	12,6	c. g. s.
ψ					1° 57'	3° 2'	4° 30'	7° 6'	11° 22'	15° 36	19° 0'	21° 10	20° 30'	18° 12'	11°30'	6° 40'	2° 35'	
φ					17,5'	26,9'	33,9'	41,7'	64,4'	86,7	96,3	1° 48'	1° 57,4	1°57,4'	1°32,2'	1° 1,5'	30,7'	
$\delta/\alpha \cdot 100$	31	12,7	7,2	4,5	3,0	2,2	1,6	1,1	0,9	0,7	0,8	0,8	1,2	1,5	4,6	6,5	45	

Literaturzusammenstellung.

1. Hdb. d. Elektr. u. d. Magn. Bd. IV, S. 357–360.
2. Archiv f. Elektr. III, S. 139–150; 1915.
3. Ann. d. Phys. (4), 33, 1910, S. 1047.
4. Phys. Zeitschrift 5, 1904, S. 410–413.
5. Phil. Mag. (6) Vol. 1; 1901.
6. Journal de physique (4), 7, 1908, p. 5.
7. Elektrot. Zeitschrift, 1910, S. 363.
8. Handbuch der Elektrizität Bd. IV, S. 360 (Herausgeber Graetz).
9. Fr. Fr. Martens, Inaug.-Diss. Berlin 1896.
10. Electrician, Vol. 65, 1910, S. 603.
11. Characteristics of iron in high frequency oscillating fields. Phys. Rev. 23, 1924, p. 221.
12. Proc. Amer. Society for testing materials. Philadelphia, Vol. XIX, Part. II, 1919.

Die vorstehende Untersuchnng ist im Institut für angewandte Elektrizität der Universität Göttingen ausgeführt. Herrn Prof. Dr. M. Reich, auf dessen Anregung ich die Arbeit unternahm, spreche ich für seine stete Unterstützung durch Rat und Tat meinen aufrichtigen Dank aus. Auch dem früheren und dem jetzigen Assistenten des Instituts, Herrn Dr. R. Berthold und Herrn Privatdozent Dr. A. Goetz, fühle ich mich zu Dank verpflichtet.

Lebenslauf.

Ich, Andreas Friedrich August Trappe, bremischer Staatsangehörigkeit, bin am 30. Nov. 1899 zu Bremen als Sohn des Telegraphen-Sekretärs Johann Hugo Trappe geboren. Nach 3jährigem Besuch der Volksschule und $8^{1}/_{4}$jährigem Besuch der Oberrealschule zu Bremen erwarb ich am 16. Juni 1917 das Kriegsreifezeugnis und trat unmittelbar darauf in das 3. Garde-Regt. z. F. ein. Im Sommer 1918 geriet ich an der Somme schwerverwundet in englische Kriegsgefangenschaft, aus der ich erst Ende November 1919 zurückkehrte. Am 8. Jan. 1920 ließ ich mich in Münster immatrikulieren. Von Ostern 1920 ab studiere ich Mathematik, Physik und Chemie. Seit Michaelis 1920 bin ich in Göttingen immatrikuliert. Ich besuchte die Vorlesungen und Übungen der folgenden Herren Professoren und Dozenten:

In Münster: Courant, Geilen, Kaßner, Killing, Koppelmann, Schenk, G. C. Schmidt und Weitz.

In Göttingen: Born, Franck, Goetz, Gudden, Hartmann, Hilbert, König, Landau, Oldenberg, Pohl, Prandtl, R. v. Traubenberg, Reich, Runge, Tammann, Windaus und Zsigmondy.

Ihnen allen gilt mein aufrichtiger Dank.